

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = xe^{-2x}.$$

On admet que f est deux fois dérivable sur \mathbb{R} et on note f' la dérivée de la fonction f .

On note C_f la courbe représentative de f dans un repère orthonormé du plan.

Pour chacune des affirmations suivantes, préciser si elle est vraie ou fausse, puis justifier la réponse donnée.

Toute réponse non argumentée ne sera pas prise en compte.

Affirmation 1. Pour tout réel x , on a $f'(x) = (-2x + 1)e^{-2x}$.

Affirmation 2. La fonction f est une solution sur \mathbb{R} de l'équation différentielle :

$$y' + 2y = e^{-2x}.$$

Affirmation 3. La fonction f est convexe sur $] -\infty ; 1]$.

Affirmation 4. L'équation $f(x) = -1$ admet une unique solution sur \mathbb{R} .

Affirmation 5. L'aire du domaine délimité par la courbe C_f , l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 1$ est égale à $\frac{1}{4} - \frac{3e^{-2}}{4}$.