On considère les suites (v_n) et (w_n) définies pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} v_0 & = & \ln(4) \\ v_{n+1} & = & \ln\left(-1+2e^{v_n}\right) \end{cases} \quad \text{et} \quad w_n = -1+e^{v_n}.$$

On admet que la suite (v_n) est bien définie et strictement positive.

1. Donner les valeurs exactes de v_1 et w_0.
2. **a.** Une partie d'une feuille de calcul où figurent les indices et les termes des suites (v_n) et (w_n) est reproduite ci-contre.
   Parmi les trois formules ci-dessous, choisir la formule qui, saisie dans la cellule B3 puis recopiée vers le bas, permettra d'obtenir les valeurs de la suite (v_n) dans la colonne B.

Formule 1	LN(−1 + 2 * EXP(B2))
Formule 2	= LN(−1 + 2 * EXP(B2))
Formule 3	= LN(−1 + 2 * EXP(A2))

   b. Conjecturer le sens de variation de la suite (v_n).

   c. À l'aide d'un raisonnement par récurrence, valider votre conjecture concernant le sens de variation de la suite (v_n).

	A	B	C
1	n	v_n	w_n
2	0	1,38629436	3
3	1	1,94591015	6
4	2	2,56494936	12
5	3	3,21887582	24
6	4	3,8918203	48
7	5	4,57471098	96
8	6	5,26269019	192
9	7	5,95324333	384
10	8	6,6450909 7	768
11	9	7,33758774	1536
12	10	8,03040956	3072
13	11	8,72339402	6144
14	12	9,41645983	12288
15	13	10,1095663	24576
16	14	10,8026932	49152
17	15	11,4958302	98304
18	16	12,1889723	196608
19	17	12,8821169	393216

3. **a.** Démontrer que la suite (w_n) est géométrique.

   b. En déduire que pour tout entier naturel n, $v_n = \ln\left(1+3\times 2^n\right)$.

   c. Déterminer la limite de la suite (v_n).
4. Justifier que l'algorithme suivant écrit en langage Python renvoie un résultat quel que soit le choix de la valeur du nombre S.

```
from math import*
def seuil(S):
    V=ln(4)
    n=0
    while V < S :
      n=n+1
      V=ln(2*exp(V)-1)
    return(n)
```