On dispose d'un sac et de deux urnes A et B.

— Le sac contient 4 boules : 1 boule avec la lettre A et 3 boules avec la lettre B.

— L'urne A contient 5 billets : 3 billets de 50 euros et 2 billets de 10 euros.

— L'urne B contient 4 billets : 1 billet de 50 euros et 3 billets de 10 euros.

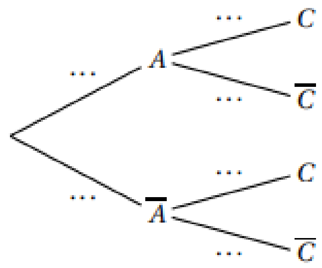
Un joueur prend au hasard une boule dans le sac :

— si c'est une boule avec la lettre A, il prend au hasard un billet dans l'urne A.

— si c'est une boule avec la lettre B, il prend au hasard un billet dans l'urne B.

On note les évènements suivants :

- A : le joueur obtient une boule avec la lettre A.
- C : le joueur obtient un billet de 50 euros.



1. Recopier et compléter l'arbre ci-contre représentant la situation.
2. Quelle est la probabilité de l'évènement « *le joueur obtient une boule avec la lettre* A *et un billet de* 50 € ?
3. Démontrer que la probabilité $P(C)$ est égale à 0,337 5.
4. Le joueur a obtenu un billet de 10 euros.
   L'affirmation « *Il y a plus de* 80 % *de chances qu'il ait au préalable obtenu une boule avec la lettre* B » est-elle vraie ? Justifier.
5. On note X_1 la variable aléatoire qui donne la somme, en euros, obtenue par le joueur.
   Exemple : si le joueur obtient un billet de 50 €, on a $X_1 = 50$.
   Montrer que l'espérance $E(X_1)$ est égale à $23,50$ et que la variance $V(X_1)$ est égale à $357,75$.

6. Après avoir remis la boule dans le sac et le billet dans l'urne où il a été pris, le joueur joue une deuxième partie. On note X_2 la variable aléatoire qui donne la somme obtenue par le joueur lors de cette deuxième partie.
   On note Y la variable aléatoire ainsi définie : $Y = X_1 + X_2$.

   a. Montrer que $E(Y) = 47$.
   b. Expliquer pourquoi on a $V(Y) = V(X_1) + V(X_2)$

7. Le joueur joue de même une troisième, une quatrième,..., une centième partie.
   On définit donc de la même façon les variables aléatoires $X_3, X_4, \ldots, X_{100}$.
   On note Z la variable aléatoire définie par $Z = X_1 + X_2 + \ldots + X_{100}$.
   Démontrer que la probabilité que Z appartienne à l'intervalle $]1950\,;\,2750[$ est supérieure ou égale à $0,75$.