

Partie A – Étude d'une fonction auxiliaire

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$g(x) = x^2 - \frac{1}{x^2} - 4 \ln x$$

1. Étudier les variations de g . Préciser $g(1)$.
2. En déduire le signe de la fonction g sur chacun des intervalles $]0; 1[$ et $]1; +\infty[$.

Partie B – Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4x^2} - (\ln x)^2$$

1. Montrer que, pour tout réel $x > 0$, $f(x) = f\left(\frac{1}{x}\right)$.
2. Déterminer la limite de f en $+\infty$ (on pourra mettre x^2 en facteur) dans l'expression de $f(x)$.
Déterminer la limite de f en 0.
3. Montrer que pour tout réel $x > 0$, $f'(x) = \frac{1}{2x}g(x)$.
En utilisant la partie A, étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $]0; +\infty[$.
4. On nomme C_f la représentation graphique de f dans un repère orthonormé; unité graphique 5 cm. Tracer C_f .