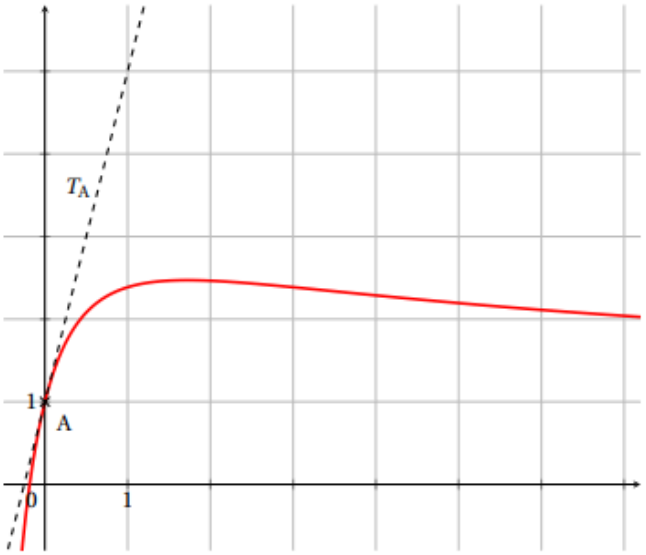
On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]-1;+\infty[$ par :

$$f(x) = a + \frac{b\ln(x+1)}{x+1}.$$

où a et b sont des réels, et ln désigne la fonction logarithme népérien.
On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $]-1;+\infty[$.
On note f' sa fonction dérivée et f'' sa fonction dérivée seconde.

Partie A

L'objectif de cette partie est de déterminer les valeurs de a et b de sorte que la courbe représentative de la fonction f sur $]-1;+\infty[$ corresponde à celle tracée dans le repère orthonormé ci-dessous :



On précise que la droite T_A est la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point A(0;1).

1. Justifier que $a = 1$.
2. En utilisant le graphique :
   a. Donner la valeur de $f'(0)$.
   Justifier.
   b. Donner le signe de $f''(1)$.
   Justifier.
3. a. Montrer que pour tout réel x appartenant à $]-1;+\infty[$, on a :

$$f'(x) = \frac{b(1-\ln(x+1))}{(x+1)^2}$$

   b. En déduire la valeur de b.

Partie B

On admet dans la suite de l'exercice que la fonction f est définie sur $]-1\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = 1 + \frac{4\ln(x+1)}{x+1}$$

1. Justifier que la droite d'équation $y = 1$ est asymptote à la courbe représentative de la fonction f.
2. Résoudre l'inéquation $1 - \ln(x+1) > 0$ sur $]-1\,;+\infty[$.
3. On admet que $\lim\limits_{x \to -1} f(x) = -\infty$.
   Dresser le tableau de variation complet de la fonction f en indiquant la valeur exacte de son extremum.
   Justifier.
4. Montrer que l'équation $f(x) = 1{,}5$ admet une unique solution dans l'intervalle $[2\,;+\infty[$.
   En donner une valeur arrondie à 10^{-1}.
5. **a.** Montrer que :
   $$\int_0^2 \frac{\ln(x+1)}{x+1}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}(\ln 3)^2.$$
   b. En déduire l'aire, en unité d'aire, du domaine délimité par l'axe des abscisses, la courbe représentative de la fonction f, l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x = 2$.