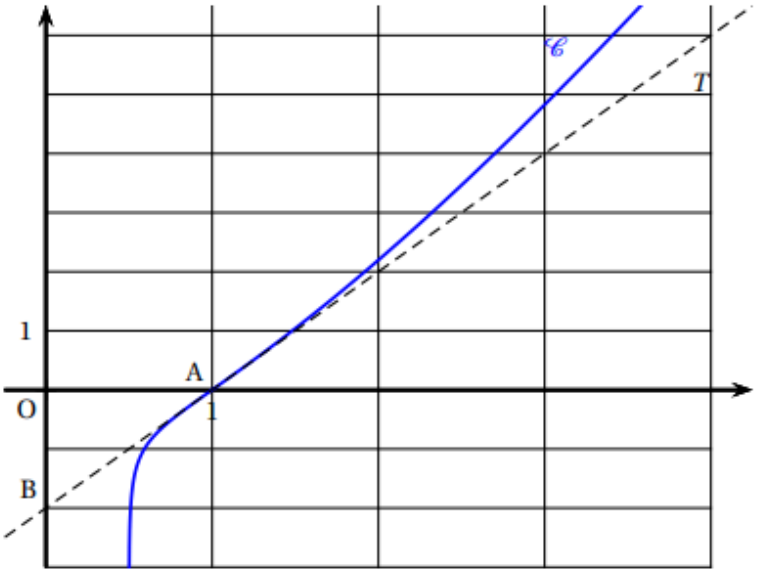
Partie A : lecture graphique

On considère une fonction f définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$. On note f' sa fonction dérivée et f'' sa fonction dérivée seconde.
On a tracé, dans un repère orthogonal, la courbe de la fonction f, notée $\mathscr{C}$, ainsi que la tangente T à $\mathscr{C}$ au point A(1 ; 0). On précise que T passe par le point B(0 ; −2).
On répondra aux questions suivantes en les justifiant à l'aide du graphique.



1. Déterminer $f'(1)$.
2. La fonction f est-elle concave sur $\left]\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$?
3. Déterminer $f''(1)$.

Partie B : étude de fonction

On admet que la fonction représentée graphiquement dans la partie A est définie sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$ par :

$$f(x) = x\ln(2x-1)$$

où ln désigne la fonction logarithme népérien.
On rappelle que :

- la fonction f est deux fois dérivable sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$, que f' désigne sa fonction dérivée et f'' sa fonction dérivée seconde ;
- $\mathscr{C}$ désigne la courbe représentative de la fonction f sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$.

1. Déterminer, en justifiant, la limite de la fonction f en $\frac{1}{2}$. En déduire une interprétation graphique.

2. Résoudre l'équation $f(x) = 0$ sur l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$.

3. On admet que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$:

$$f'(x) = \ln(2x-1) + \frac{2x}{2x-1}.$$

a. Montrer que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $\left]\frac{1}{2}\,;+\infty\right[$:

$$f''(x) = \frac{4(x-1)}{(2x-1)^2}.$$

b. Montrer que $\mathscr{C}$ admet un unique point d'inflexion et que ce point est l'intersection de $\mathscr{C}$ avec l'axe des abscisses.