

On considère la fonction f définie sur $]0; 8]$ par

$$f(x) = \frac{10 \ln(-x^2 + 7x + 9)}{x}$$

Soit C_f la représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

Partie A

1. Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $-x^2 + 7x + 8 \geq 0$.
2. En déduire que pour tout $x \in]0; 8]$, on a $f(x) \geq 0$.
3. Interpréter graphiquement ce résultat.

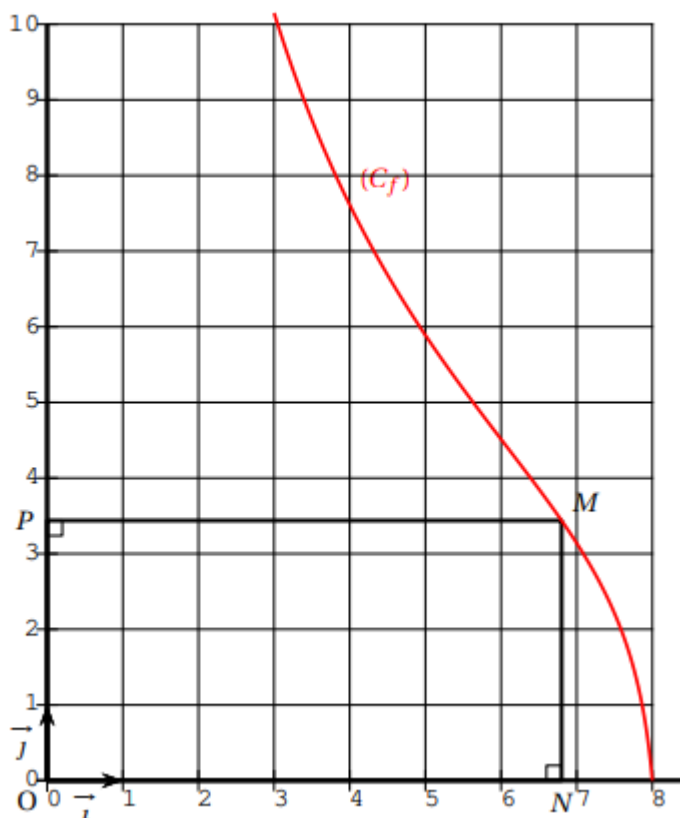
Partie B

La courbe C_f est représentée ci-dessous.

Soit M le point de C_f d'abscisse x avec $x \in]0; 8]$.

On appelle N et P les projetés orthogonaux du point M respectivement sur l'axe des abscisses et sur l'axe des ordonnées.

Dans cette partie, on s'intéresse à l'aire $\mathcal{A}(x)$ du rectangle $ONMP$.



1. Donner les coordonnées des points N et P en fonction de x .
2. Montrer que pour tout x appartenant à l'intervalle $]0; 8]$,

$$\mathcal{A}(x) = 10 \ln(-x^2 + 7x + 9)$$

3. Existe-t-il une position du point M pour laquelle l'aire du rectangle $ONMP$ est maximale? Si elle existe, déterminer cette position.