

L'objectif est de calculer les intégrales suivantes :

$$I = \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{x^2+2}} dx \quad ; \quad J = \int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+2}} dx \quad ; \quad K = \int_0^1 \sqrt{x^2+2} dx.$$

1. Calcul de I

Soit la fonction f définie sur $[0; 1]$ par

$$f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2+2}).$$

- a.** Calculer la dérivée de la fonction $x \mapsto \sqrt{x^2+2}$.
- b.** En déduire la dérivée f' de f .
- c.** Calculer la valeur de I .

2. Calcul de J et de K

- a.** Sans calculer explicitement J et K , vérifier que : $J + 2I = K$.
- b.** À l'aide d'une intégration par parties portant sur l'intégrale K , montrer que : $K = \sqrt{3} - J$.

c. En déduire les valeurs de J et de K .