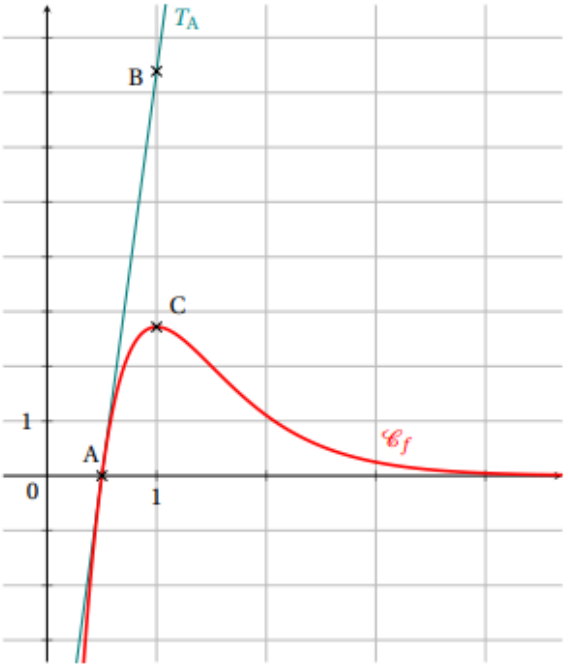
Partie A

Soit f une fonction définie et dérivable sur l'intervalle $[0;+\infty[$ dont on donne ci-dessous une partie de la courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthogonal.



On note f' sa fonction dérivée.

On précise que :

- la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point C d'abscisse 1 ;
- la tangente T_A à la courbe $\mathscr{C}_f$ au point $A\left(\frac{1}{2};0\right)$ passe par le point $B(1;e^2)$.

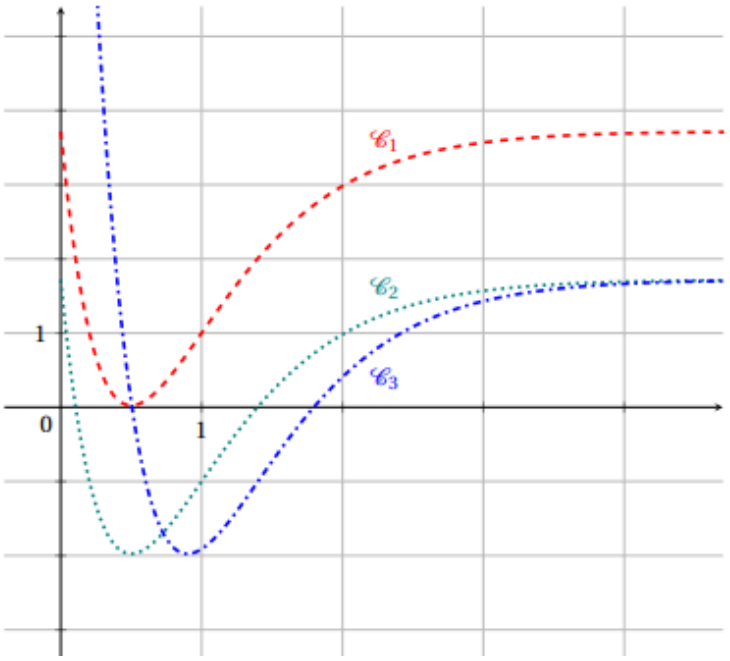
1. À l'aide du graphique ci-contre :

a. Donner $f'(1)$.

b. Donner la solution de l'équation $f(x)=0$ sur l'intervalle $[0\ ;\ 3]$.

2. Déterminer $f'\left(\frac{1}{2}\right)$.

3. Parmi les trois courbes $\mathscr{C}_1$, $\mathscr{C}_2$ et $\mathscr{C}_3$ ci-dessous, deux représentent des primitives de la fonction f. Indiquer lesquelles et justifier.



Partie B

Un industriel doit créer un logo représentant la forme ci-contre (Fig. 1).
La dimension de 0,3 cm indiquée sur la figure est une contrainte imposée par le client.

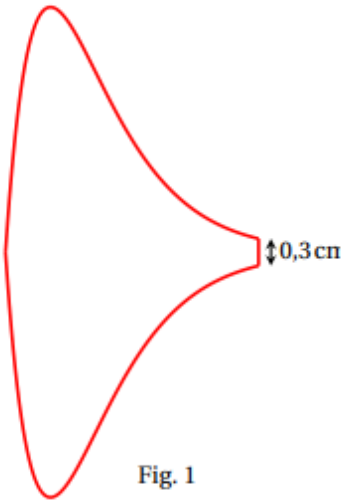


Fig. 1

L'industriel choisit de modéliser le contour de ce logo à l'aide d'une portion de la courbe de la fonction f vue en **partie A**, et de l'image de cette portion par la symétrie par rapport à l'axe des abscisses, sur un intervalle $[0{,}5\,;\alpha]$.
Le nombre α est un réel supérieur à 1 que l'on déterminera dans cette partie.

L'ensemble est représenté graphiquement dans un repère orthonormé (Fig. 2) d'unité 1 cm.

On admet que la fonction f est définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par :

$$f(x) = (2x-1)\,\mathrm{e}^{-2x+3}.$$

1. **a.** Vérifier que pour tout réel x appartenant à l'intervalle $[0\,;+\infty[$:

$$f(x) = \mathrm{e}^{2} \times \frac{2x-1}{\mathrm{e}^{2x-1}}.$$

b. En déduire la limite de f en $+\infty$.
(On pourra poser $X = 2x-1$).

2. **a.** Montrer que,
pour tout x de l'intervalle $[0\,;+\infty[$,

$$f'(x) = (-4x+4)\,\mathrm{e}^{-2x+3}.$$

b. Construire le tableau complet des variations de la fonction f sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.

3. Justifier que la contrainte imposée par le client se traduit par l'égalité $f(\alpha) = 0{,}15$.
Montrer qu'il existe une unique valeur de α dans l'intervalle $[1\,;+\infty[$ qui permette de vérifier cette égalité.
En donner une valeur arrondie au dixième.