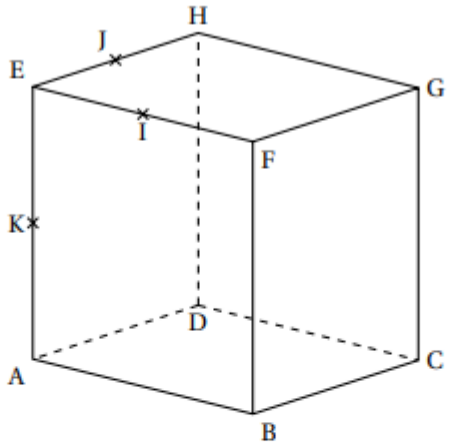
On considère le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous.



On munit l'espace du repère orthonormal $\left(A ; \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE}\right)$.
Soit I le milieu du segment [EF], J le milieu de [EH] et K le milieu de [AE].

1. Donner les coordonnées des points I, J et K.
2. **a.** Déterminer la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{AJ}$.
   b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{IAJ}$ arrondie au dixième de degré.
3. **a.** Démontrer que le vecteur $\overrightarrow{KC}$ est un vecteur normal au plan (AIJ).
   b. En déduire qu'une équation cartésienne du plan (AIJ) est

$$x + y - \frac{1}{2}z = 0$$

4. Soit L le projeté orthogonal du point C sur le plan (AIJ).
   a. Déterminer les coordonnées du point L.
   b. En déduire que la distance du point C au plan (AIJ) est égale à $\frac{4}{3}$.
5. Soit M un point de la droite (FG).
   On admet que les coordonnées de M sont $(1 ; m ; 1)$ avec m appartenant à $\mathbb{R}$.
   a. Démontrer qu'une représentation paramétrique de la droite (IM) est

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}s + \frac{1}{2} \\ y = ms \\ z = 1 \end{cases} \quad \text{avec } s \in \mathbb{R}$$

   b. Peut-on affirmer que les droites (IM) et (KC) sont coplanaires quelle que soit la valeur de m ?