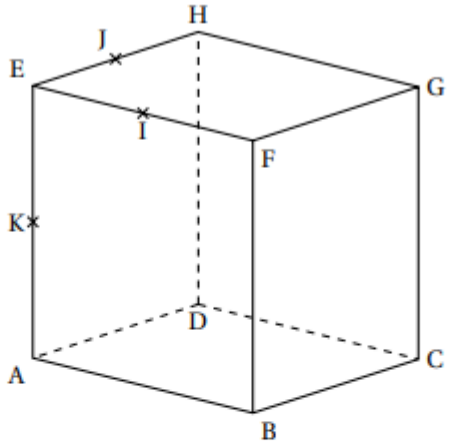
On considère le cube ABCDEFGH représenté ci-dessous.




On munit l'espace du repère orthonormal $\left(A;\vec{AB},\vec{AD},\vec{AE}\right)$.
Soit I le milieu du segment [EF], J le milieu de [EH] et K le milieu de [AE].

**1.** Donner les coordonnées des points I, J et K.

**2.** **a.** Déterminer la valeur du produit scalaire $\vec{AI}\cdot\vec{AJ}$.

**b.** En déduire la mesure de l'angle $\widehat{IAJ}$ arrondie au dixième de degré.

**3.** **a.** Démontrer que le vecteur $\vec{KC}$ est un vecteur normal au plan (AIJ).

**b.** En déduire qu'une équation cartésienne du plan (AIJ) est

$$x+y-\frac{1}{2}z=0$$

**4.** Soit L le projeté orthogonal du point C sur le plan (AIJ).

**a.** Déterminer les coordonnées du point L.

**b.** En déduire que la distance du point C au plan (AIJ) est égale à $\frac{4}{3}$.

**5.** Soit M un point de la droite (FG).
On admet que les coordonnées de M sont $(1\,;m\,;1)$ avec $m$ appartenant à $\mathbb{R}$.

**a.** Démontrer qu'une représentation paramétrique de la droite (IM) est

$$\begin{cases} x=\frac{1}{2}s+\frac{1}{2} \\ y=ms \\ z=1 \end{cases} \qquad \text{avec } s\in\mathbb{R}$$

**b.** Peut-on affirmer que les droites (IM) et (KC) sont coplanaires quelle que soit la valeur de $m$?