TIKTOK 283

Partie A

On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x^2 + 1 - \ln(x)$.

1) Etudier les limites de f en 0 et en $+\infty$.
2) Etudier les variations de f.
3) Montrer que $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ est positif et en déduire le signe de f.

Partie B

On considère la fonction g définie sur $]0;+\infty[$ par $g(x) = x + \frac{\ln(x)}{x}$

1) Déterminer les limites de g en 0 et en $+\infty$.
2) Démontrer que $g'(x) = \frac{f(x)}{x^2}$ et en déduire les variations de g sur $]0;+\infty[$.
3) Démontrer que la droite D d'équation $y = x$ est une asymptote oblique à $\mathcal{C}_g$ en $+\infty$.
4) Etudier la position relative de $\mathcal{C}_g$ et D.