TIKTOK 241

Partie A

Soit p la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$ par :

$$p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 1$$

1. Déterminer les variations de la fonction p sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$.
2. Justifier que l'équation $p(x) = 0$ admet dans l'intervalle $[-3\,;\,4]$ une unique solution qui sera notée α.
3. Déterminer une valeur approchée du réel α au dixième près.
4. Donner le tableau de signes de la fonction p sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$.

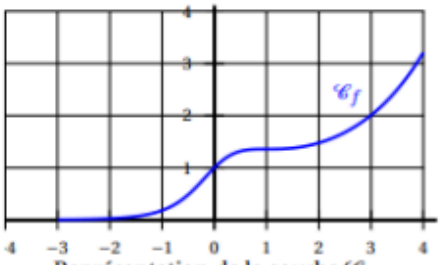
Partie B

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$ par :

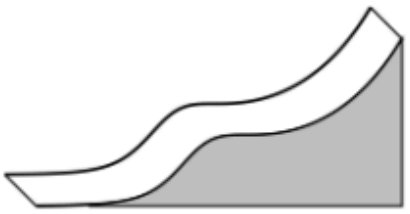
$$f(x) = \frac{e^x}{1+x^2}$$

On note $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. **a.** Déterminer la dérivée de la fonction f sur l'intervalle $[-3\,;\,4]$.
   b. Justifier que la courbe $\mathscr{C}_f$ admet une tangente horizontale au point d'abscisse 1.
2. Les concepteurs d'un toboggan utilisent la courbe $\mathscr{C}_f$ comme profil d'un toboggan. Ils estiment que le toboggan assure de bonnes sensations si le profil possède au moins deux points d'inflexion.



Représentation de la courbe $\mathscr{C}_f$


Vue de profil du toboggan

a. D'après le graphique ci-dessus, le toboggan semble-t-il assurer de bonnes sensations ? Argumenter.

b. On admet que la fonction f'', dérivée seconde de la fonction f, a pour expression pour tout réel x de l'intervalle $[-3\,;\,4]$:

$$f''(x) = \frac{p(x)(x-1)e^x}{\left(1+x^2\right)^3}$$

où p est la fonction définie dans la partie A.

En utilisant l'expression précédente de f'', répondre à la question : « le toboggan assure-t-il de bonnes sensations ? ». Justifier.