

On considère la fonction g définie sur $\mathbf{R}$ par $g(x) = x^3 - 3x - 4$.

a) Etudier le sens de variations de g sur $\mathbf{R}$.

b) Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet une solution unique α sur $\mathbf{R}$. Donner une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

c) En déduire le signe de $g(x)$.

d) On considère la fonction f définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$. Déterminer la dérivée $f'(x)$ de f .

e) Démontrer que $f'(x)$ a le même signe que $g(x)$ sur $]1; +\infty[$.

f) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. Dresser le tableau de variations de f . Donner une valeur approchée de $f(\alpha)$.

g) Montrer que la droite (d) d'équation $y = x + 2$ est une asymptote oblique à la courbe C_f représentative de la fonction f en $+\infty$.

h) Déterminer une équation de la tangente à C_f au point d'abscisse 2.