

**Partie A**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = x^2 + 1 - \ln(x)$ .

- 1) Etudier les limites de  $f$  en 0 et en  $+\infty$ .
- 2) Etudier les variations de  $f$ .
- 3) Montrer que  $f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$  est positif et en déduire le signe de  $f$ .

**Partie B**

On considère la fonction  $g$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $g(x) = x + \frac{\ln(x)}{x}$

- 1) Déterminer les limites de  $g$  en 0 et en  $+\infty$ .
- 2) Démontrer que  $g'(x) = \frac{f(x)}{x^2}$  et en déduire les variations de  $g$  sur  $]0; +\infty[$ .
- 3) Démontrer que la droite  $D$  d'équation  $y = x$  est une asymptote oblique à  $C_g$  en  $+\infty$ .
- 4) Etudier la position relative de  $C_g$  et  $D$ .