

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0; 4]$ par

$$f(x) = \frac{2+3x}{4+x}.$$

On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 3 \text{ et pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = f(u_n).$$

On admet que cette suite est bien définie.

1. Calculer u_1 .
2. Montrer que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0; 4]$.
3. Montrer que pour tout entier naturel n ,

$$1 \leq u_{n+1} \leq u_n \leq 3.$$

4.
 - a. Montrer que la suite (u_n) est convergente.
 - b. On appelle ℓ la limite de la suite (u_n) ; montrer l'égalité :

$$\ell = \frac{2+3\ell}{4+\ell}$$

- c. Déterminer la valeur de la limite ℓ .