

f est la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \frac{\ln x}{x^2}$

et $\mathcal{C}_f$ est sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

- 1) a) Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$
 b) Étudier les variations de f et dresser son tableau de variations.
- 2) a) On note A le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse 1.
 Trouver une équation de la tangente T à $\mathcal{C}_f$ en A.
 b) Construire T , puis $\mathcal{C}_f$. On prendra comme unité 2cm sur les abscisses et 5 cm sur les ordonnées.
- 3) M est un point de $\mathcal{C}_f$.
 Démontrer que la tangente T_u à la courbe $\mathcal{C}_f$ en M est parallèle à la droite d'équation $y = x$ si, et seulement si :

$$u^3 - 1 + 2 \ln u = 0 \quad (\text{E})$$
- 4) À partir de l'équation (E), démontrer que A est le seul point de $\mathcal{C}_f$ en lequel la tangente est parallèle à la droite d'équation $y = x$.