

Partie A

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = -e^x - xe^x + 2$.

1. Calculer les limites de g en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Étudier les variations de la fonction g et dresser son tableau de variation.
3. Démontrer que l'équation $g(x) = 0$ admet sur $\mathbb{R}$ une unique solution. On note α cette solution.

A l'aide de la calculatrice, déterminer un encadrement d'amplitude 10^{-1} de α .

4. En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

Partie B

On considère la fonction f définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x+2}{e^x - x}$.

1. Calculer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Démontrer que, pour tout réel x , $f'(x)$ a le même signe que $g(x)$, où g est la fonction définie dans la partie A.
3. En déduire le tableau de variation de f .