

f est la fonction définie sur $I =]0; +\infty[$ par :

$$f(x) = x + \frac{1}{x} + \frac{\ln x}{x^2}$$

$\mathcal{C}_f$ est sa courbe représentative dans un repère orthonormal.

- 1) a) Pourquoi la droite d d'équation $y = x$ est-elle asymptote oblique à $\mathcal{C}_f$?
 b) On note h la fonction définie sur I par $h(x) = x + \ln x$.
 Démontrer que l'équation $h(x) = 0$ a sur I une solution unique α telle que :
 $0,5 < \alpha < 0,6$.
 c) En déduire la position relative de $\mathcal{C}_f$ et d .
- 2) a) Démontrer que pour tout réel x de I , $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ où g est une fonction définie sur I que l'on précisera.
 b) Démontrer que pour tout x de I , on a $g(x) \geq 1$.
 c) En déduire les variations de f et tracer $\mathcal{C}_f$.