

On admet que la fonction f de la partie **A** est définie sur $\mathbb{R}$ par

$$f(x) = (x^2 - 5x + 6)e^x.$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

1. **a.** Déterminer la limite de la fonction f en $+\infty$.

b. Déterminer la limite de la fonction f en $-\infty$.
2. Montrer que, pour tout réel x , on a $f'(x) = (x^2 - 3x + 1)e^x$.
3. En déduire le sens de variation de la fonction f .
4. Déterminer l'équation réduite de la tangente ($\mathcal{T}$) à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0.

On admet que la fonction f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$. On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction f . On admet que, pour tout réel x , on a $f''(x) = (x + 1)(x - 2)e^x$.

5. **a.** Étudier la convexité de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
b. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[-1 ; 2]$, on a $f(x) \leq x + 6$.