

Exercice 2

On considère la suite numérique (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_0 = \frac{7}{8}$ et pour tout $n \geq 0$ $v_{n+1} = v_n^2$
 Démontrer par récurrence que $v_n = \left(\frac{7}{8}\right)^{2^n}$.

Exercice 4

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$ et pour tout $n \geq 0$, $u_{n+1} = 3u_n - 2n + 3$
 Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a : $u_n \geq n$.

Exercice 6

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $[0; 2]$ par : $f(x) = \frac{2x+1}{x+1}$

Soit la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_0 = 2$ et $v_{n+1} = f(v_n)$ pour tout entier naturel n

On admet les propriétés suivantes :
 • f est croissante sur l'intervalle $[0; 2]$
 • Si $x \in [1; 2]$ alors $f(x) \in [1; 2]$.

Montrer à l'aide d'un raisonnement par récurrence que :

1. Pour tout entier naturel n , $1 \leq v_n \leq 2$.
2. Pour tout entier naturel n , $v_{n+1} \leq v_n$.