

rappel

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \sin b \cos a$$

$$\cos(2a) = (\cos a)^2 - (\sin a)^2 = 2 (\cos a)^2 - 1 = 1 - 2 (\sin a)^2$$

$$\sin(2a) = 2 \sin(a) \cos(a)$$

$$\cos(\alpha) = \cos(\beta) \quad \text{ssi} \quad \alpha = \beta + 2k\pi \quad \text{ou} \quad \alpha = -\beta + 2k\pi \quad (k \text{ entier relatif})$$

$$\sin(\alpha) = \sin(\beta) \quad \text{ssi} \quad \alpha = \beta + 2k\pi \quad \text{ou} \quad \alpha = \pi - \beta + 2k\pi \quad (k \text{ entier relatif})$$

EXERCICE 1

Soit $P = \cos(x) \cos(2x) \cos(4x)$ où x est un réel quelconque

a) Démontrer que $P \times \sin(x) = \frac{1}{2}(\sin 2x)(\cos 2x)(\cos 4x) = \frac{1}{8} \sin(8x)$

b) en remplaçant x par $\frac{\pi}{7}$ démontrer que :

$$\cos\left(\frac{\pi}{7}\right) \times \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) \times \cos\left(\frac{4\pi}{7}\right) = -\frac{1}{8}$$

EXERCICE 2

soit x un réel de l'intervalle $]0; \frac{\pi}{2}[$

1) démontrer que $\frac{1 - \cos(2x)}{\sin(2x)} = \tan(x)$

2) en déduire les valeurs exactes de $\tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$ et $\tan\left(\frac{\pi}{12}\right)$