TIKTOK 150

EXERCICE

on considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3} u_n + n - 1$

pour tout entier n

Soit (v_n) la suite définie par $v_n = 4 u_n - 6n + 15$

1) montrer que la suite (v_n) est géométrique

2) calculer v_0 puis calculer v_n en fonction de n . En déduire que pour tout entier n :

$$u_n = \frac{19}{4} \times \frac{1}{3^n} + \frac{6n - 15}{4}$$

3) montrer que u_n peut s' écrier sous la forme $u_n = t_n + w_n$

où (t_n) est une suite géométrique et (w_n) est une suite arithmétique

4) calculer :

$$T_n = t_0 + t_1 + \ldots\ldots t_n = \sum_{k=0}^{n} t_k$$

$$W_n = w_0 + w_1 + \ldots\ldots w_n = \sum_{k=0}^{n} w_k$$

en déduire $U_n = u_0 + u_1 + \ldots\ldots u_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$