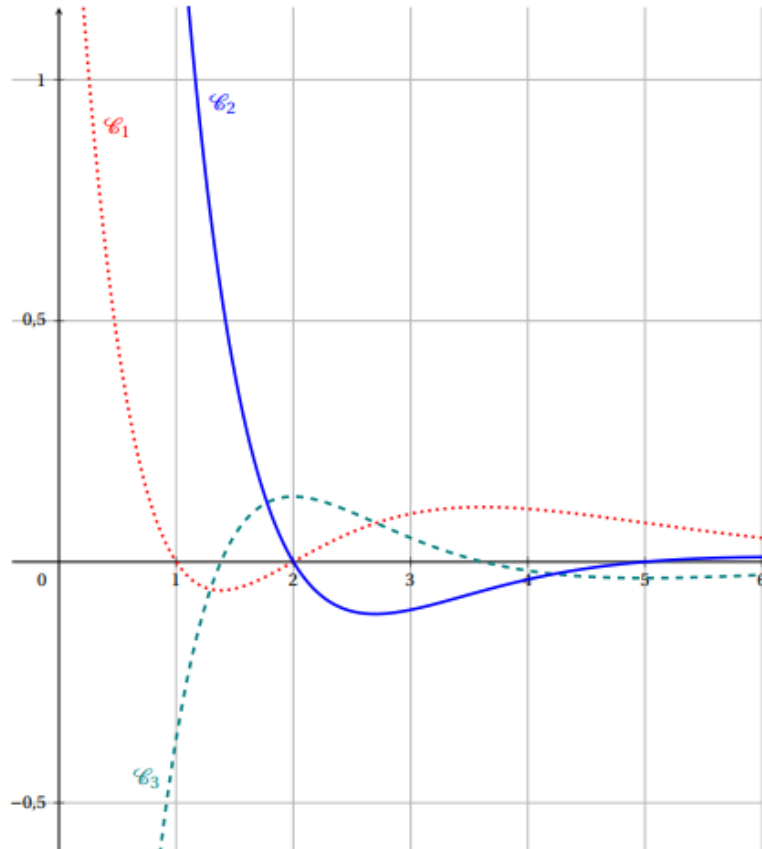


**Partie A**

Sur le graphique ci-dessous, on a tracé trois courbes  $\mathcal{C}_1$ ,  $\mathcal{C}_2$  et  $\mathcal{C}_3$ .

Les courbes correspondent aux représentations graphiques de trois fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  : une fonction  $f$ , sa dérivée  $f'$  et sa dérivée seconde  $f''$ .



Associer chacune des fonctions  $f$ ,  $f'$  et  $f''$  à sa courbe représentative. *Aucune justification n'est attendue.*

**Partie B**

On considère l'équation différentielle  $(E)$  définie par  $y' + y = (2x - 3)e^{-x}$  où  $y$  est une fonction de la variable réelle  $x$ .

1. On considère la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$g(x) = (x^2 - 3x)e^{-x}$$

Démontrer que la fonction  $g$  est une solution particulière de l'équation différentielle  $(E)$ .

2. Déterminer l'ensemble des solutions de l'équation différentielle  $y' + y = 0$ .
3. En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle  $(E)$ .
4. Déterminer la solution  $f$  de l'équation différentielle  $(E)$  telle que  $f(0) = 2$ .

### Partie C

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = e^{-x} (x^2 - 3x + 2)$$

et on note  $\mathcal{C}_f$  sa courbe représentative dans un repère orthogonal.

1. Étudier le signe de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$ .
2.
  - a. Déterminer la limite de la fonction  $f$  en  $-\infty$ .
  - b. Déterminer la limite de la fonction  $f$  en  $+\infty$ .
3. On note  $I$  l'intégrale définie par :

$$I = \int_0^1 f(x) dx$$

- a. À l'aide de deux intégrations par parties successives, démontrer que  $I = 1 - \frac{1}{e}$ .
- b. Interpréter graphiquement ce résultat.

### Partie D

On considère un réel  $a$ .

On note  $(T_a)$  la tangente à la courbe  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse  $a$ .

1. Démontrer que le point d'intersection de la tangente  $(T_a)$  et de l'axe des ordonnées a pour ordonnée

$$(a^3 - 4a^2 + 2a + 2) e^{-a}$$

2. Déterminer le nombre de tangentes à la courbe  $\mathcal{C}_f$  passant par l'origine du repère.  
Le candidat explicitera les étapes de la démarche utilisée.