

Soit f définie par $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2}{x^2 - 1}$. Déterminer Df

Soit C sa courbe représentative dans un repère orthonormé

PARTIE A: étude d' une fonction auxiliaire

soit g la fonction définie sur \mathbf{R} par : $g(x) = x^3 - 3x - 4$

1) Dresser le tableau de variation de g

2) Montrer qu' il existe un réel α unique tel que $g(\alpha) = 0$ puis déterminer une valeur approchée de α à 0,01 près

3) étudier le signe de g sur \mathbf{R}

PARTIE B : étude de la fonction f

1) déterminer les limites de f aux bornes de Df

2) Montrer que pour tout x de Df :

$$f'(x) = \frac{x \cdot g(x)}{(x^2 - 1)^2}$$

En déduire le tableau de variation de f

3) a) montrer que pour tout x de Df : $f(x) = x + 2 + \frac{x + 2}{x^2 - 1}$

b) En déduire que C admet en $+\infty$ et $-\infty$ une asymptote oblique (D)

c) Etudier la position de C par rapport à D

d) Tracer C et D