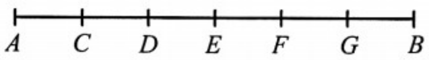
Les vecteurs du plan – Exercices - Devoirs

Exercice 1 corrigé disponible

Le segment $[AB]$ est divisé en 6 parties de même longueur.



Compléter les relations suivantes par :

- la lettre qui convient :

1) $\overrightarrow{E\ldots} = -2\,\overrightarrow{EF}$

2) $\overrightarrow{C\ldots} + \overrightarrow{\ldots G} = \vec{0}$

3) $\overrightarrow{AB} = \frac{3}{2}\,\overrightarrow{A\ldots}$

- le nombre qui convient :

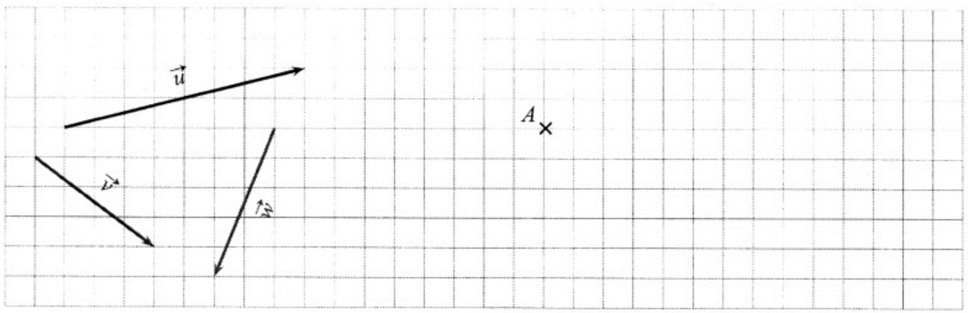
4) $\overrightarrow{CE} = \ldots\,\overrightarrow{AB}$

5) $\overrightarrow{AD} = \ldots\,\overrightarrow{BF}$

6) $\overrightarrow{DE} = \ldots\,\overrightarrow{BF}$

Exercice 2 corrigé disponible

Placer les points M et N tels que $\overrightarrow{AM} = \vec{u} + \vec{v}$ et $\overrightarrow{AN} = \vec{w} - \vec{v}$



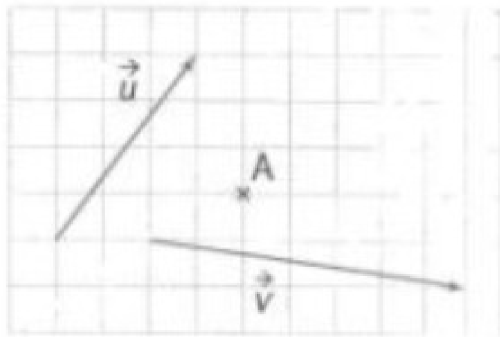
Exercice 3 corrigé disponible

1. Reproduire la figure. Construire les points B, C et D tels que :

$\overrightarrow{AB} = \vec{u} + \vec{v}$;

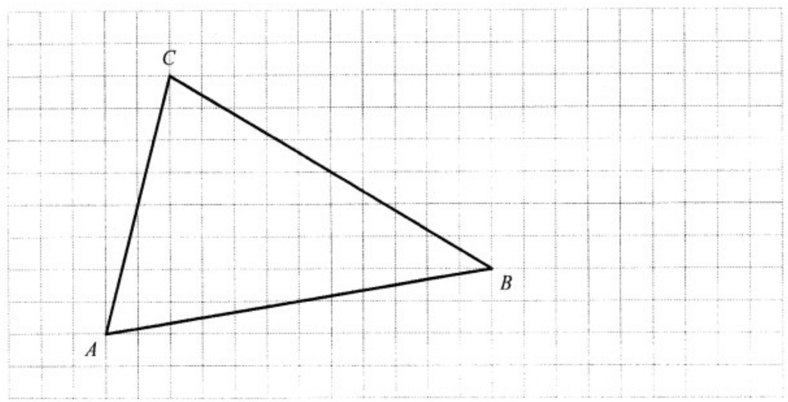
$\overrightarrow{AC} = \vec{u} - \vec{v}$;

$\overrightarrow{AD} = 2\vec{u}$.



2. Que peut-on dire du quadrilatère ABDC ? Justifier votre réponse.

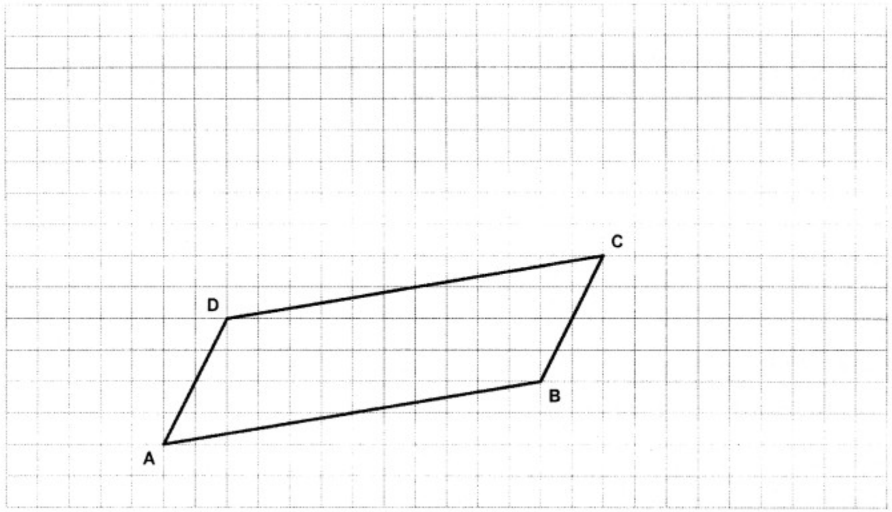
Exercice 4 corrigé disponible



1. Construire le point M défini par $\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = \overrightarrow{BC}$
2. Les droites (BM) et (AC) sont-elles parallèles ?

Exercice 5 corrigé disponible

Sur le dessin ci-dessous, le quadrilatère $ABCD$ est un parallélogramme.



1. Placer les points E et F tels que $\overrightarrow{EA} = -3\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{CF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.
2. Exprimer le vecteur $\overrightarrow{EC}$ en fonction des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}$.
3. Les points E, C et F sont-ils alignés ?

Exercice 6 corrigé disponible

$ABCD$ est un parallélogramme.

1) Construire les points E et F définis par : $\overrightarrow{AE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DF} = -2\overrightarrow{DA}$.

2) Montrer que $\overrightarrow{FE} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AD}$ et que $\overrightarrow{CE} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}$.

3) En déduire que E, F et C sont alignés.

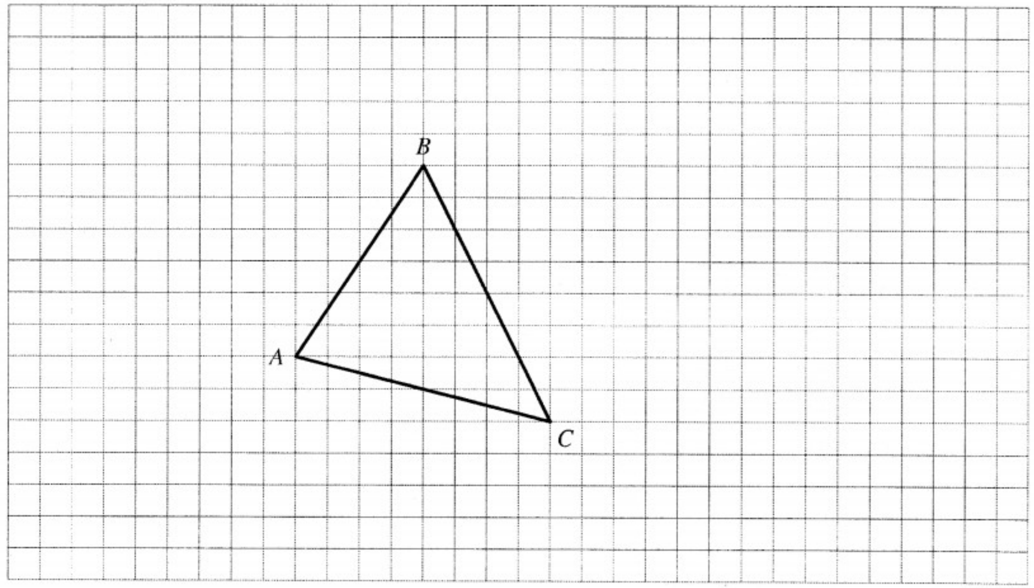
Exercice 7 corrigé disponible

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (*unités graphiques 1 cm sur chaque axe*)

1. a) Placer les points $A(-2;2)$, $B(3;1)$, $C(1;-2)$ et $D(-4;-1)$.
   b) Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$. En déduire la nature du quadrilatère $ABCD$
2. Calculer les coordonnées du point E tel que $OAEB$ soit un parallélogramme.

Exercice 8 corrigé disponible

ABC est un triangle.



1. Placer le point M défini par $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
2. Soit N le point défini par $\overrightarrow{AN} + \overrightarrow{BN} = \overrightarrow{CB}$.
   a) Montrer que $\overrightarrow{BN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
   b) Placer le point N.
3. Les points B, M et N sont-ils alignés ?

Exercice 9 corrigé disponible

Dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$, on considère les points $A(-1;2)$, $B(1;-3)$ et $C(4{,}4)$.

8. Les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ sont :

   a) $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}2\\-5\end{pmatrix}$ **b)** $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}0\\-1\end{pmatrix}$ **c)** $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-2\\5\end{pmatrix}$

9. Le triangle ABC est :

   a) rectangle en A **b)** équilatéral **c)** quelconque

10. M est le milieu du segment $[BC]$:

   a) $\overrightarrow{MB}=\overrightarrow{MC}$ **b)** $MA = MB$ **c)** $M\left(\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right)$

Exercice 10 corrigé disponible

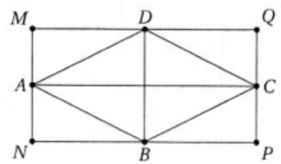
Le plan est muni d'un repère orthonormé (*unités graphiques 1 cm sur chaque axe*)

1. Dans le repère ci-dessous, placer les points $A(-4;-3)$, $B(-1;3)$ et $C(3;1)$.
2. Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme puis, placer D sur la figure.
3. Calculer les coordonnées du centre I du parallélogramme $ABCD$.
4. Soit M le point défini par
$$6\overrightarrow{BM} = 4\overrightarrow{AC} + 7\overrightarrow{CB}$$
   a) Démontrer que $\overrightarrow{BM} = -\frac{2}{3}\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.
   b) Construire le point M sur la figure (*on laissera apparents les traits de construction*).
   c) Calculer les coordonnées de M.
5. Les points D, I et M sont-ils alignés ? Justifier la réponse.

Exercice 11 corrigé disponible

On considère le rectangle $MNPQ$ ci-contre. On désigne par A,B,C,D les milieux respectifs de $[MN]$, $[NQ]$, $[PQ]$, $[QM]$. Compléter les égalités suivantes en utilisant les points de la figure.

1. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD} =$
2. $\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{BP} =$
3. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB} =$
4. $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD} =$
5. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{DC} =$
6. $\overrightarrow{CP}+\overrightarrow{BA} =$
7. $2\overrightarrow{NB}+\overrightarrow{CD} =$

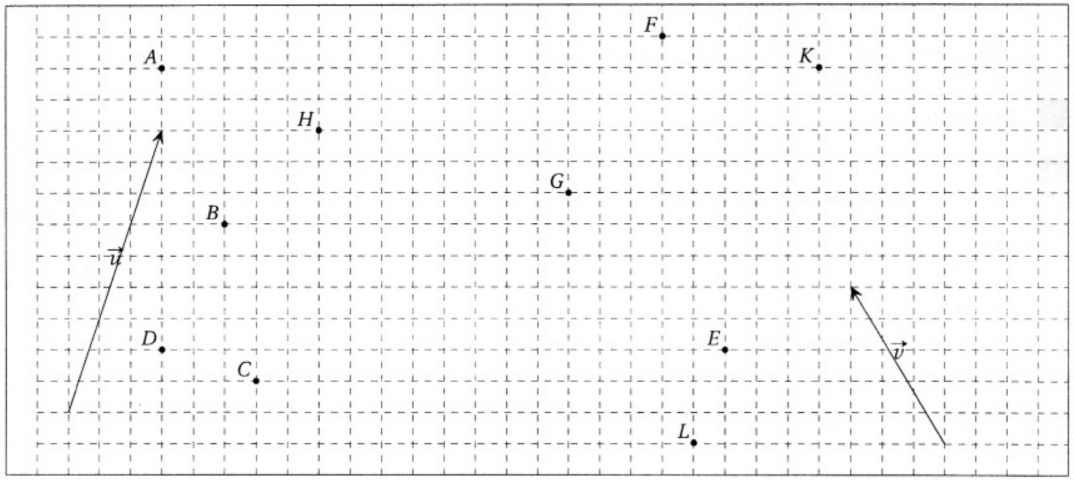


Exercice 12 corrigé disponible

Soit A, B, C et D quatre points du plan. Répondre par vrai ou faux aux propositions suivantes :

	Vrai	Faux
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ ont même direction.	❑	❑
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ ont même sens.	❑	❑
$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BA}$ ont même norme.	❑	❑
$\overrightarrow{AB}$ et $2\overrightarrow{AB}$ ont même direction.	❑	❑
$\overrightarrow{AB}$ et $2\overrightarrow{AB}$ ont même sens.	❑	❑
$\overrightarrow{AB}$ et $2\overrightarrow{AB}$ ont même longueur.	❑	❑
Si $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$ alors C est le milieu de $[AB]$.	❑	❑
Si $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$ alors $ABCD$ est un parallélogramme.	❑	❑

Exercice 13 corrigé disponible



Compléter la figure suivante (en faisant apparaître les traits de construction) :

1. Construire le point A' tel que $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.
2. Construire le point P tel que $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BH}$.
3. Construire le point U tel que $\overrightarrow{KU} = \overrightarrow{KE} + \overrightarrow{LE}$.
4. Construire le point N tel que $\overrightarrow{FN} = -\frac{1}{3}\vec{u}$
5. Construire le point M tel que $\overrightarrow{GM} = \frac{1}{3}\vec{u} - 2\vec{v}$

Exercice 14 **corrigé disponible**

On se place dans un repère (O ; $\overrightarrow{i}$, $\overrightarrow{j}$).

Soient les points A($-\frac{7}{2}$; 2), B(-2 ; 5), C(5 ; $\frac{13}{2}$), D(3 ; $\frac{5}{2}$).

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

2. En déduire que le quadrilatère ABCD est un trapèze.

3. On définit le point I par l'égalité : $\overrightarrow{IA} = \frac{3}{4}\overrightarrow{ID}$.

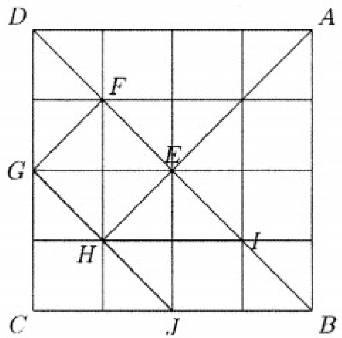
Montrer que les coordonnées de I sont (-23 ; $\frac{1}{2}$).

4. Les points I, B et C sont-ils alignés ?

5. J et K étant les milieux respectifs de [AB] et [CD], déterminer les coordonnées de J et K.

Démontrer alors que les points I, J et K sont alignés.

Exercice 15



Compléter l'enoncé si-dessous :

1. $\overrightarrow{EI} + \overrightarrow{FG} = \overrightarrow{E\ldots}$
2. $\overrightarrow{JG} + \overrightarrow{JB} = \overrightarrow{J\ldots}$
3. $\overrightarrow{GF} + \overrightarrow{GH} + \overrightarrow{EI} =$
4. $\overrightarrow{CH} + \overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{BH} =$
5. $\overrightarrow{EI} - \overrightarrow{GF} =$
6. $\overrightarrow{HE} + \overrightarrow{BI} - \overrightarrow{JF} =$
7. $\overrightarrow{FG} - \overrightarrow{IF} - \overrightarrow{GE} =$

Exercice 16

On donne $A(2;-2)$, $B(-1;4)$, $C(4;-3)$.

1. Déterminer les coordonnées de M tel que
$$\overrightarrow{AM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$$
2. Déterminer les coordonnées de I milieu de $[AB]$.

Exercice 17

Montrer que pour tout point A,B,C,D,E du plan :

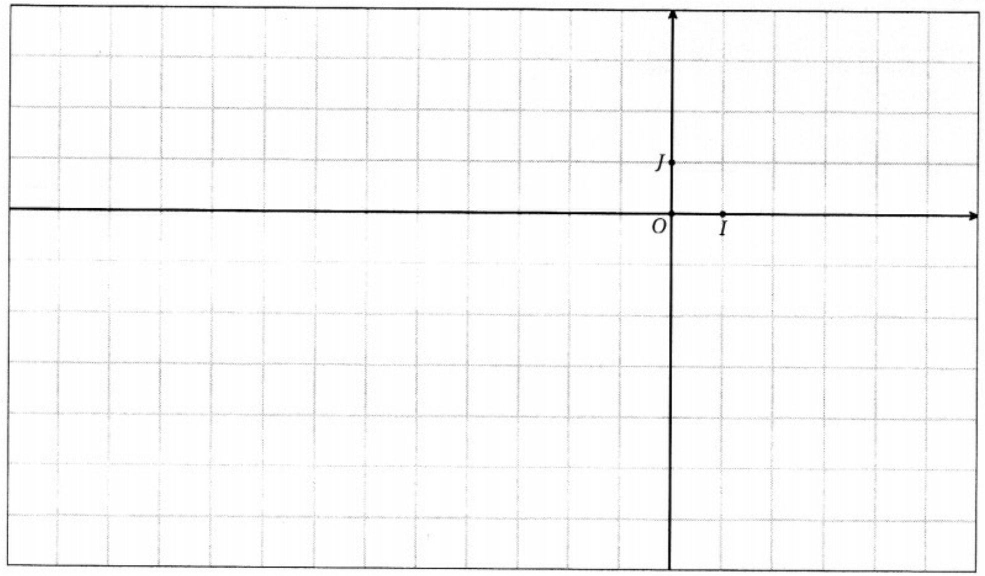
$$\overrightarrow{CA} - \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DE} = \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{CE}$$

Exercice 18

Dans un repère $(O; I; J)$, on considère les points suivants :

$A(3;0)$ $B(-3;-1)$ $C(-1;2)$ $K(-6;-2)$

1. Placer les points dans le repère. On complétera la figure au fur et à mesure des questions.
2. Calculer les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
3. Calculer les coordonnées de I, centre du parallélogramme $ABCD$.
4. Soit M un point de l'axe des abscisses. Déterminer les coordonnées de M pour que B,C,M soient alignés.



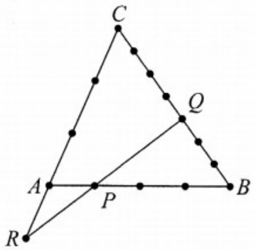
Exercice 19

Dans un repère orthogonal on donne les points $A(-3;1)$, $B(1;3)$, $C(1;-4)$, $B(7;-1)$.
Les droites suivantes sont-elle parallèlles ?

1. (AB) et (CD).
2. (AC) et (BD).

Exercice 20

On considère le triangle ABC. P est un point de (AB), Q un point de (BC) et R un point de (AC), disposés comme sur le dessin. (Les graduations sur les droites sont régulières.)



1. Donner les valeurs des réels α, β et γ tels que :

$$\overrightarrow{AP} = \alpha\overrightarrow{AB}, \qquad \overrightarrow{AR} = \beta\overrightarrow{AC}, \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{BQ} = \gamma\overrightarrow{BC}.$$

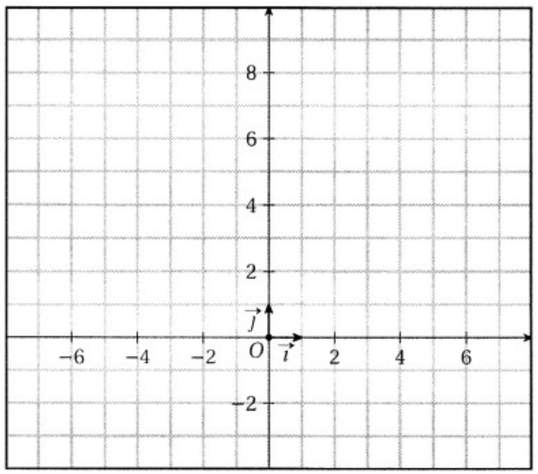
2. On se place dans le repère $(A; B,C)$. Déterminer les coordonnées des points A,B,C,P,R.
3. a) Déterminer le vecteur $\overrightarrow{AQ}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

   b) En déduire que $Q\left(\frac{4}{7}; \frac{3}{7}\right)$
4. Montrer que les points $P; R$ et Q sont alignés.

Exercice 21

Soit $(O\,;\vec{\imath}, \vec{\jmath})$ un repère du plan. Soient $A(-5; 2)$, $B(2; 7)$, $C(-2; -1)$.
Vous compléterez la figure ci-jointe au cours de l'exercice.

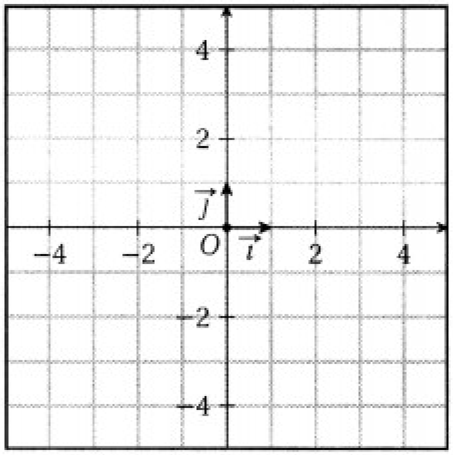
1. Déterminer les coordonnées du point I milieu de $[BC]$.
2. Soit D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme. Déterminer les coordonnées de D.
3. Déterminer les coordonnées de E tel que $2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AE}$.
4. Soit $H(-3; 0)$. Montrer que les points E,I et H sont alignés.



Exercice 22

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O\,;\vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

1. Placer les points $A(-2; 2)$, $B(1; 0)$, $C(-1; -3)$ et $D(-4; -1)$.
2. Montrer que $ABCD$ est un parallélogramme.
3. Montrer qu'il s'agit d'un carré.



Exercice 23

Soit ABC un triangle quelconque. A′ le milieu de [BC], G le centre de gravité du triangle, D et E les points tels que $\overrightarrow{CD}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BE}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

On note I le milieu de [DE].

1. a. Montrer que $\overrightarrow{AI}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

b. Exprimer $\overrightarrow{AA'}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$

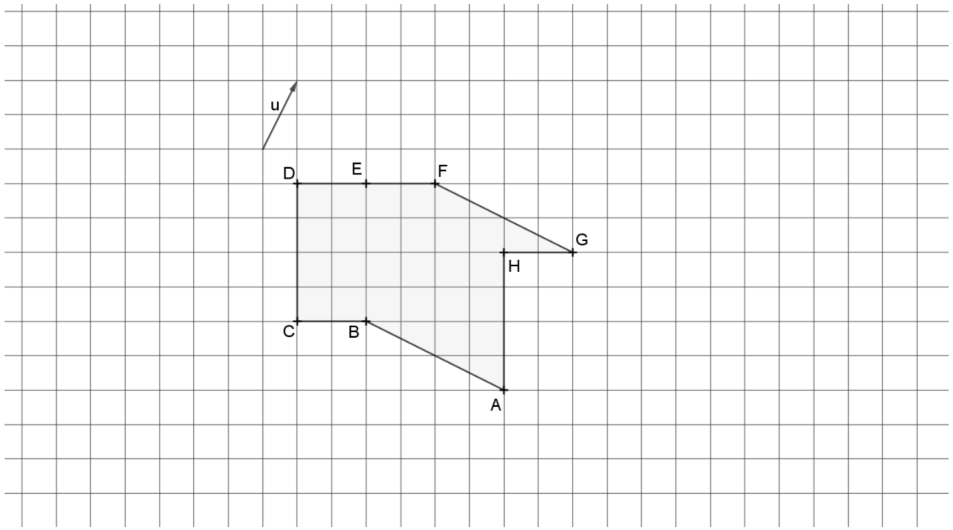
c. Démontrer que les points A, A′ et I sont alignés.

2. Démontrer que le point G est le milieu de [AI].

3. Prouver que les droites (BC) et (ED) sont parallèles.

Exercice 24

1. On considère le motif représenté ci-dessous.



Compléter les phrases suivantes :

(a) L'image du point F par la translation de vecteur $\overrightarrow{BA}$ est ………………

(b) Tous les vecteurs égaux à $\overrightarrow{DC}$ sont

(c) Dans la translation qui transforme E en C, l'image de G est…

2. Placer les points J, K *et* L sur la figure tels que :

(a) J est l'image de B par la translation de vecteur $\overrightarrow{FB}$

(b) $\overrightarrow{EK}=-\vec{u}$ **(c)** $\overrightarrow{GL}=-\overrightarrow{EC}$

Exercice 25

Représenter un parallélogramme quelconque $MATH$.

1. Construire l'image E de A par la translation de vecteur $\overrightarrow{MT}$

2. Construire l'image F de T par la translation de vecteur $\overrightarrow{MH}$

3. (a) Démontrer que $\overrightarrow{MA}=\overrightarrow{TA}$

(b) En déduire que T est le milieu de $[HE]$.

4. (a) Expliquer pourquoi $\overrightarrow{MH}=\overrightarrow{TF}$

(b) En déduire que T est le milieu de $[AF]$.

5. Conclure sur la nature du quadrilatère $AEFH$.

Exercice 26

1) Simplifier les sommes suivantes et donner un représentant du résultat :

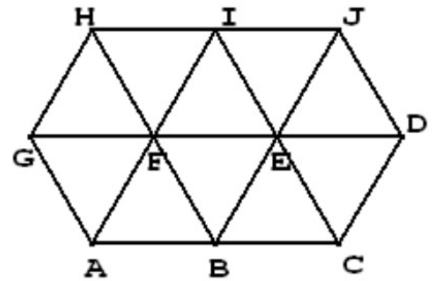
a. $\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{DE}$

b. $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{JD}$

c. $\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{HF}$

d. $\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{BF}$

e. $\overrightarrow{AG}-\overrightarrow{EJ}+\overrightarrow{HI}$



2) On note $\vec{\imath}=\overrightarrow{AF}$ et $\vec{\jmath}=\overrightarrow{FH}$.

Exprimer les vecteurs suivants à l'aide de $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$.

Exemple : $\overrightarrow{GF}=\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AF}=-\vec{\jmath}+\vec{\imath}$.

a. $\overrightarrow{BJ}$

b. $\overrightarrow{AC}$

c. $\overrightarrow{DI}$

d. $\overrightarrow{FJ}$

e. $\overrightarrow{AD}$

Exercice 27

Sur une feuille blanche, tracer un triangle ABC tel que $AB=6\ cm$, $BC=5\ cm$ et $AC=4\ cm$.

1) Placer le point D tel que $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AC}$. Que peut-on dire du quadrilatère $ABDC$?

2) Construire le point E, image du point C par la translation de vecteur $\overrightarrow{BD}$.

3) Construire le point F, image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$.

4) Construire le point G, image du point B par l'enchainement des translations de vecteur $\overrightarrow{CE}$ et $\overrightarrow{FC}$.

5) Construire le point H défini par l'égalité : $\overrightarrow{CH} = \overrightarrow{DE} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.

6) Construire le point I défini par l'égalité : $\overrightarrow{AI} - 2\overrightarrow{CI} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

7) Nous allons maintenant démontrer quelques propriétés de la figure.

a. Grâce aux questions précédentes, donner deux vecteurs égaux à $\overrightarrow{BD}$, un vecteur égal à $\overrightarrow{CB}$, une somme de vecteurs égale à $\overrightarrow{BG}$ et simplifier cette somme.

b. A l'aide des égalités précédentes, démontrer que :

- C est le milieu de $[AE]$
- $\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{ED}$
- I est le milieu de $[ED]$

Exercice 28

On considère un triangle ABC.

1) Construire D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
2) Construire I tel que C soit le milieu de $[AI]$.
3) Construire J tel que $ADIJ$ soit un parallélogramme.
4) Démontrer que C est le milieu de $[DJ]$.
5) Donner une égalité vectorielle correspondant à chacune des questions précédentes. Démontrer alors que $ABJC$ est un parallélogramme.

Exercice 29

Pour chaque ligne, répondre par Vrai ou Faux aux quatre affirmations correspondant aux données.

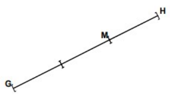
Attention : un réponse correcte rapporte 0,25 point mais une mauvaise réponse fait perdre 0,25 point.

Une absence de réponse ne fait rien perdre ni rien gagner. Le total de l'exercice sera ramené à 0 en cas de total négatif.

Données : $ABCD$ est un parallélogramme

I est le milieu de $[EF]$

M, G et H sont alignés et tels que :



	V ou F		V ou F		V ou F		V ou F
$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$		$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$		$\overrightarrow{BC} = -\overrightarrow{DA}$		$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD}$	
$\overrightarrow{IF} = \overrightarrow{EI}$		$\overrightarrow{IF} + \overrightarrow{EI} = \vec{0}$		$\overrightarrow{EF} = -2\overrightarrow{IE}$		$\overrightarrow{EI}$ et $\overrightarrow{FI}$ sont opposés	
$\overrightarrow{MG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{GH}$		$\overrightarrow{MG}$ et $\overrightarrow{MH}$ ont la même direction		$\overrightarrow{MG} + 2\overrightarrow{MH} = \vec{0}$		$2\overrightarrow{MG} + \overrightarrow{MH} = \vec{0}$	

Exercice 30

ABC est un triangle. Sur la figure ci-jointe, laisser apparent les éventuels traits de construction.

1) Placer le point D, image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{CB}$.
2) Placer le point E, image du point B par l'enchaînement des translations de vecteurs $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
3) Placer les points F et G tels que $\overrightarrow{AF} = \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CB}$.
4) Placer les points H et I tels que $\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BI} - 2\overrightarrow{AI} = -2\overrightarrow{CI}$.
5) Montrer que H est le milieu de $[BC]$.

Exercice 31

On se place dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

Soient les points $A(-\frac{7}{2} ; 2)$, $B(-2 ; 5)$, $C(5 ; \frac{13}{2})$, $D(3 ; \frac{5}{2})$.

1. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$.

2. En déduire que le quadrilatère ABCD est un trapèze.

3. On définit le point I par l'égalité : $\overrightarrow{IA} = \frac{3}{4}\overrightarrow{ID}$.

Montrer que les coordonnées de I sont $(-23 ; \frac{1}{2})$.

4. Les points I, B et C sont-ils alignés ?

5. J et K étant les milieux respectifs de [AB] et [CD], déterminer les coordonnées de J et K.

Démontrer alors que les points I, J et K sont alignés.

Exercice 32

ABC est un triangle.

1. Placer les points D, E et F tels que : $\overrightarrow{AD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{BE} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$

et F est le milieu de [AC].

2. Exprimer, en justifiant, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ en fonction de $\overrightarrow{FE}$.

3. **a)** Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AE}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

b) En déduire un réel k tel que $\overrightarrow{AD} = k\,\overrightarrow{AE}$.

c) Que peut-on alors conclure ?

4. **a)** Placer le point M tel que : $\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$

b) Placer le point G symétrique de F par rapport à C.

Montrer que $\overrightarrow{GA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{CA}$ puis que $\overrightarrow{GD} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$.

c) En déduire la nature du quadrilatère AMDG.

Exercice 33

ABC est un triangle

1. Placer les points H et G vérifiant les relations suivantes :

$\overrightarrow{AH} = -\frac{3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BG} = -\frac{7}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$

2. On choisit le repère $(A\ ;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$

a) Donner les coordonnées des points A, B et C dans ce repère.

b) Déterminer les coordonnées des points H et G dans ce repère.

3. Les points A, G et H sont-ils alignés ?

Exercice 34

1. Écrire un algorithme en langage naturel qui teste si trois points $A(x_A\,;y_A)$, $B(x_B\,;y_B)$ et $C(x_C\,;y_C)$ sont alignés.

2. Programmer cet algorithme avec Python.

Exercice 35

1. Construire un triangle ABC ainsi que les points B' et D tels que $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{DA} = \overrightarrow{BC}$.

2. Montrer que les points D, B et B' sont alignés.

Exercice 36

Soient $\vec{m}$ et $\vec{n}$ deux vecteurs du plan.

Les vecteurs $-12\vec{m}+4\vec{n}$ et $9\vec{m}-3\vec{n}$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 37

On souhaite démontrer la proposition suivante : « Dans un repère orthonormé, les vecteurs non nuls $\vec{u}(x\,;y)$ et $\vec{v}(x'\,;y')$ sont colinéaires si, et seulement si, leur déterminant est nul. »

1. On suppose que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires. Après avoir rappelé la définition de la colinéarité de deux vecteurs, démontrer que $\det(\vec{u}\,;\vec{v}) = 0$.

2. On suppose maintenant que $\det(\vec{u}\,;\vec{v}) = 0$.

a. On se place dans le cas où au moins un des quatre nombres x, x', y et y' est égal à 0. Démontrer que, dans ce cas, $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont colinéaires.

b. On suppose maintenant que tous les nombres x, x', y et y' sont différents de 0. Démontrer que $\frac{x}{x'} = \frac{y}{y'}$ et conclure.

Exercice 38

Dans chaque cas, déterminer le nombre réel a tel que $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient colinéaires.

1. $\vec{u}\begin{pmatrix}5\\-8\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}a\\25\end{pmatrix}$

2. $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{3}{5}\\\frac{-7}{12}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}\frac{-2}{7}\\a\end{pmatrix}$

3. $\vec{u}\begin{pmatrix}\frac{3}{4}\\\frac{1}{6}\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}a\\\frac{-2}{3}\end{pmatrix}$

Exercice 39

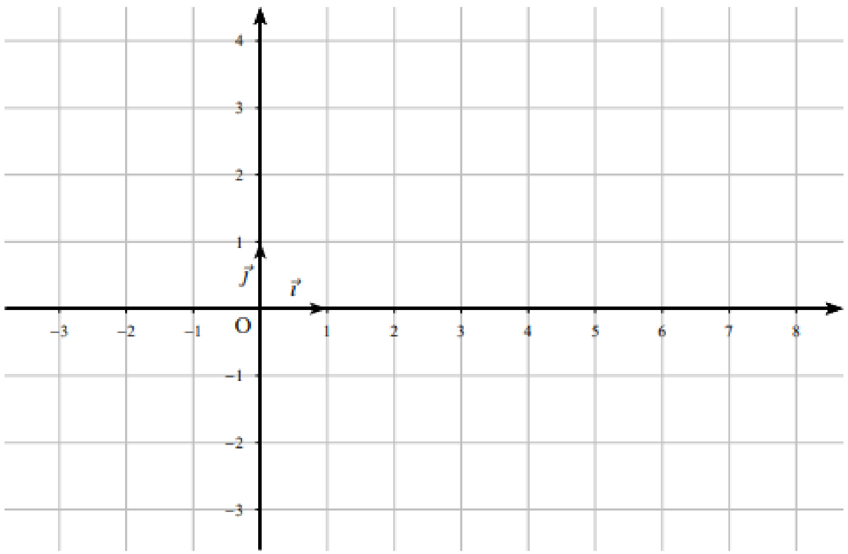
1) On donne les points A(−3; −2), B(5; 3) et C(13; 8).
   Les point A, B et C sont-ils alignés ?
2) On donne les points A(1; 5), B(−5; 20), C(−2; 7) et D(2; −3)
   Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Exercice 40

Dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les points suivants :

$$A(3;-1)\ ;\ B(7;4)\ \text{ et }\ C(-3;3)$$

1) Placer les points A, B et C sur l'annexe 2.
2) Calculer les coordonnées des vecteurs : $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BC}$.
3) Calculer les coordonnées du milieu I de [BC], du milieu J de [AC] et du milieu K de [AB].
4) Calculer les distances AB, AC, et BC.
5) Le triangle ABC est-il isocèle ? Si oui, en quel sommet ? (justifier la réponse)
6) Le triangle ABC est-il rectangle ? Si oui, en quel sommet ? (justifier la réponse)



Exercice 41

Dans un repère orthonormé, on donne les points suivants : A(2; 5), B(−4; −1), C(−5; 6) et I(−1; 2)

1) Montrer que les droites (AB) et (CI) ne sont pas parallèles.
2) Calculer les coordonnées des vecteurs : $\overrightarrow{AI}$ et $\overrightarrow{IB}$. Que peut-on en déduire ?
3) Calculer les longueurs : AC et BC. En déduire que les droites (CI) et (AB) sont perpendiculaires.

Exercice 42

Soit $(O; I; J)$ un repère orthonormé du plan. $A(-1;1)$, $B(-2;-1)$, et $C(2;2)$.

1. Déterminer les coordonnées de D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
2. Déterminer les coordonnées de E symétrique de C par rapport à A.
3. Déterminer les coordonnées de F vérifiant

$$\overrightarrow{AF} = 2\overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AB}$$

4. Les points E,B,F sont-ils alignés ?
5. Soit $K(2;y)$ tel que ABK rectangle en A.
   a) Placer K sur le graphique.
   b) Déterminer K par le calcul.