∽ Baccalauréat Polynésie 17 juin 2026 ∾

Jour 2

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Exercice 1 — 5 points

Dans cet exercice, on s'intéresse à la part des filles et des garçons s'orientant vers des études scientifiques après avoir suivi un enseignement de spécialité mathématiques en terminale.
Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.

Partie A

Dans une académie donnée, la population est constituée d'élèves de terminale ayant choisi la spécialité mathématiques. On souhaite analyser leurs choix d'orientation, notamment vers les études supérieures en ingénierie.
Les répartitions sont les suivantes :

- 40 % sont des filles ; 60 % sont des garçons ;
- parmi les filles, 33,75 % envisagent des études d'ingénieur ;
- parmi les garçons, 54,25 % envisagent des études d'ingénieur.

On interroge uniformément au hasard un élève de terminale ayant choisi la spécialité mathématiques de cette académie et on considère les évènements suivants :

- F : « L'élève est une fille » ;
- I : « L'élève envisage des études d'ingénieur ».

Pour un évènement E quelconque, on note $\overline{E}$ l'évènement contraire et $P(E)$ la probabilité de E.

1. Représenter cette situation à l'aide d'un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que l'élève choisi au hasard soit une fille envisageant des études d'ingénieur.
3. Démontrer que la probabilité que l'élève choisi au hasard envisage des études d'ingénieur est égale à 0,4605.
4. L'élève interrogé envisage des études d'ingénieur. Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'une fille ?
   Donner une valeur approchée du résultat à 10^{-3} près.

Partie B

Dans cette partie, on considère un entier naturel n non nul.
On interroge uniformément au hasard dans cette académie n filles en terminale, qu'elles suivent ou non la spécialité mathématiques. On suppose que ce nombre de filles est suffisamment important pour assimiler ce prélèvement à des tirages indépendants avec remise.
On note X la variable aléatoire qui modélise le nombre de filles envisageant de devenir ingénieure qu'elle suive ou non la spécialité mathématiques.
On admet que la probabilité qu'une fille souhaite devenir ingénieure est égale à 0,15.

1. **a.** Justifier que X suit une loi binomiale.

   b. Exprimer en fonction de n l'espérance de X.

2. En résolvant une inéquation, déterminer le plus petit nombre de lycéennes qu'il faut interroger pour que la probabilité de l'évènement « Au moins une fille parmi celles interrogées souhaite devenir ingénieure » soit supérieure ou égale à 0,99.

3. Dans cette question, on choisit un échantillon de $n = 29$ filles.

   Déterminer la probabilité qu'au moins le quart des filles interrogées souhaite devenir ingénieure. *Donner une valeur approchée du résultat à* 10^{-3} *près.*

Partie C

On s'intéresse à dix académies françaises de tailles comparables numérotées de 1 à 10.
On considère X_1 la variable aléatoire qui, à un échantillon de 1 500 lycéennes de l'académie n° 1, associe le nombre de filles envisageant de devenir ingénieure.
On définit de la même façon les variables aléatoires $X_2, \dots, X_{10}$ pour les académies 2 à 10.
On admet que les variables aléatoires $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ sont indépendantes entre elles et qu'elles admettent la même espérance égale à 225 et la même variance égale à 191,25.
On considère la variable aléatoire $S = X_1 + X_2 + \dots + X_{10}$.

1. Que représente la variable aléatoire S pour les 15 000 lycéennes interrogées sur l'ensemble des dix académies ?

2. Calculer l'espérance et la variance de S.

3. On considère l'ensemble des 15 000 lycéennes formé par les échantillons issus des dix académies.

   Argumenter pour dire si l'affirmation suivante est vraie, fausse ou si on ne peut pas savoir : « La probabilité que le nombre total de filles envisageant de devenir ingénieure soit strictement compris entre 2 000 et 2 500 est supérieure à 0,95 ».

Exercice 2. 5 points

Dans cet exercice, les parties A et B sont indépendantes.

Partie A

On considère la fonction f définie pour tout $x \in [4\,;\,10]$ par $f(x) = \ln(8x^3 - 1)$.
On admet que la fonction f est dérivable sur $[4\,;\,10]$ et on note f' sa fonction dérivée.

1. Montrer pour tout $x \in [4\,;\,10]$, on a :

$$f'(x) = \frac{24x^2}{(2x-1)(4x^2+2x+1)}.$$

2. **a.** En déduire que f est croissante sur $[4\,;\,10]$.

   b. Montrer que, pour tout $x \in [4\,;\,10]$, on a :

$$4 \leqslant f(x) \leqslant 10.$$

3. On définit la fonction g définie pour tout $x \in [4\ ;\ 10]$ par $g(x) = f(x) - x$.

   On admet que g est strictement décroissante sur son ensemble de définition.

   a. Montrer que, sur l'intervalle $[4\ ;\ 10]$, l'équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α.

   b. Déterminer un encadrement à 10^{-3} près de α.

Partie B

On admet qu'on peut définir la suite (u_n) par $u_0 = 5$ et pour tout entier naturel n, par $u_{n+1} = f(u_n)$, où f est la fonction étudiée à la partie A.

1. Donner une valeur approchée de u_1 à 10^{-1} près.

2. a. Montrer, à l'aide d'un raisonnement par récurrence que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :

$$4 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 10.$$

   b. En déduire que la suite (u_n) converge.

3. Montrer que la suite (u_n) converge vers le nombre α, défini dans la partie A.

Partie C

Dans cette partie, on admet que $8{,}4 \leqslant \alpha \leqslant 8{,}5$.
On a créé, en langage Python, la fonction `alpha` suivante.
On précise qu'en langage Python, l'instruction `log` correspond à ln.

```
def f(x) :
  return log(8*x**3 - 1)

def alpha(a):
  n = 0
  u = 5
  while u < a:
    u = f(u)
    n = n + 1
  return n
```

1. On admet que `alpha(8.499)` renvoie la valeur 11.

   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

2. Un utilisateur exécute `alpha(8.6)`.

   Expliquer pourquoi aucune valeur n'est alors renvoyée.

Exercice 3. 5 points

Dans l'espace muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$, on considère les points $A(-1\,;\,1\,;\,1)$, $B(1\,;\,-6\,;\,-1)$ et $C(-5\,;\,2\,;\,3)$.

1. **a.** Démontrer que les points A, B et C ne sont pas alignés.

   b. Démontrer que le vecteur $\vec{n}\begin{pmatrix}6\\-2\\13\end{pmatrix}$ est normal au plan (ABC).

   c. En déduire que le plan (ABC) admet pour équation cartésienne :

$$6x-2y+13z-5=0.$$

2. On considère le plan (P) d'équation cartésienne $8x-2y-4z+18=0$.

   On admet que deux plans sont perpendiculaires si leurs vecteurs normaux respectifs sont orthogonaux.

   Démontrer que les plans (ABC) et (P) sont perpendiculaires.

3. Soit (d) une droite dont une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x = -4+t \\ y = -11+6t \\ z = 2-t \end{cases},\quad t\in\mathbb{R}.$$

   Démontrer que la droite (d) intersecte le plan (ABC) en un unique point qu'on nommera E, et qui a pour coordonnées $\mathrm{E}(-3\,;\,-5\,;\,1)$.

4. Soit $\mathrm{H}(-2\,;\,1\,;\,0)$.

   a. Montrer que H est le projeté orthogonal de A sur (d).

   b. En déduire la distance du point A à la droite (d).

   c. Montrer que le triangle AHE est rectangle et que son aire est égale à $\sqrt{19}$ unités d'aire.

Exercice 4. 5 points

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse.
Justifier chaque réponse. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point.

1. On considère la fonction f définie pour tout $x\in\mathbb{R}$ par $f(x)=x\mathrm{e}^{(x^2)}$.

   Affirmation 1 : f est concave sur $]-\infty\,;\,0]$.

2. Un refuge spécialisé accueille 24 rapaces numérotés de 1 à 24. Le refuge travaille avec trois vétérinaires. Afin d'administrer un soin à tous les oiseaux, le directeur veut donc former trois groupes, numérotés de 1 à 3, constitués chacun de 8 rapaces.

   Affirmation 2 : Le nombre de façons de répartir les rapaces dans les groupes 1 à 3 est :

$$\frac{24!}{(8!)^3}.$$

3. Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, solution de l'équation différentielle :

$$y' = -y + 1 \text{ sur } \mathbb{R}.$$

Affirmation 3 : La fonction g définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $g(x) = f(x) - 1$ vérifie

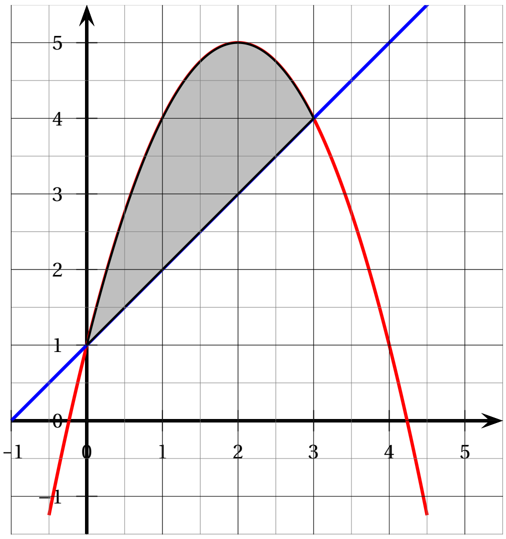
$$g' = -g.$$

4. La suite (u_n) est définie pour tout entier naturel n non nul par :

$$u_n = \frac{\sin(n)}{n}.$$

Affirmation 4 : La suite (u_n) n'admet pas de limite.

5. On a tracé ci-dessous la parabole d'équation $y = -x^2 + 4x + 1$ et la droite d'équation $y = x + 1$.



Affirmation 5 : L'aire du domaine grisé est égale à 6,5 unités d'aire.