

~ Épreuve anticipée de Première Spécialité mathématiques ~
Voie générale (sujet de secours) – Métropole – 12 juin 2026

A. P. M. E. P.

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

Question 1

La position p d'un objet et la position p' de son image au travers d'une lentille de distance focale f sont liées par la relation :

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p} = \frac{1}{f}$$

On a alors :

a. $p' = \frac{fp}{f+p}$	b. $p' = \frac{p-f}{fp}$	c. $p' = \frac{p+f}{fp}$	d. $p' = \frac{fp}{f-p}$
--------------------------	--------------------------	--------------------------	--------------------------

Question 2

L'expression :

$$\frac{2^5 \times 2^3}{2^7}$$

est égale à :

a. 2^{15}	b. 2^8	c. 1	d. 2
-------------	----------	------	------

Question 3

Un article coûte 80 euros. Son prix augmente de 20 %. Le nouveau prix est :

a. 100 euros	b. 64 euros	c. 96 euros	d. 16 euros
--------------	-------------	-------------	-------------

Question 4

Le plan est muni d'un repère. On considère la droite d passant par les points A(1 ; 3) et B(3 ; 7).

Le coefficient directeur de la droite d est égal à :

a. $\frac{1}{2}$	b. 4	c. 2	d. -2
------------------	------	------	-------

Question 5

Dans un lycée, 60 % des élèves sont demi-pensionnaires.

Parmi les demi-pensionnaires, un quart sont des garçons.

La proportion de garçons demi-pensionnaires par rapport à l'ensemble des élèves du lycée est égale à :

a. 85 %	b. 35 %	c. 15 %	d. 1,5 %
---------	---------	---------	----------

Question 6

On considère la relation :

$$V = \frac{t^2}{u}$$

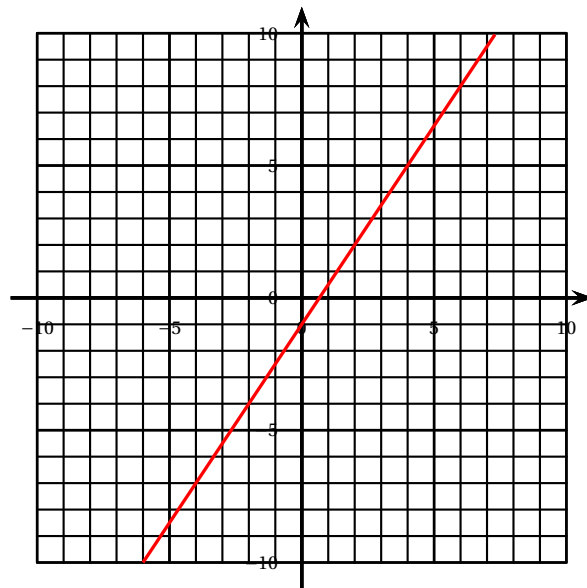
où t et u sont des nombres réels non nuls.

Lorsque $V = 20$ et $u = 5$, la valeur de t est égale à :

a. 10 ou -10	b. 5 ou -5	c. $\sqrt{10}$ ou $-\sqrt{10}$	d. impossible
--------------	------------	--------------------------------	---------------

Question 7

Avec la précision permise par le graphique, une équation de la droite représentée ci-contre est :



a. $y = -x + \frac{2}{3}$	b. $y = \frac{2}{3}x - 1$	c. $y = -x + \frac{3}{2}$	d. $y = \frac{3}{2}x - 1$
---------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------------

Question 8

$\frac{\sqrt{98} + 2\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ est égal à :

a. $8\sqrt{2}$	b. 9	c. 11	d. $9\sqrt{2}$
----------------	------	-------	----------------

Question 9

La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2x - 4)(-x + 1)$ admet pour tableau de signes :

a.

x	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

b.

x	$-\infty$	-1	-2	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

c.

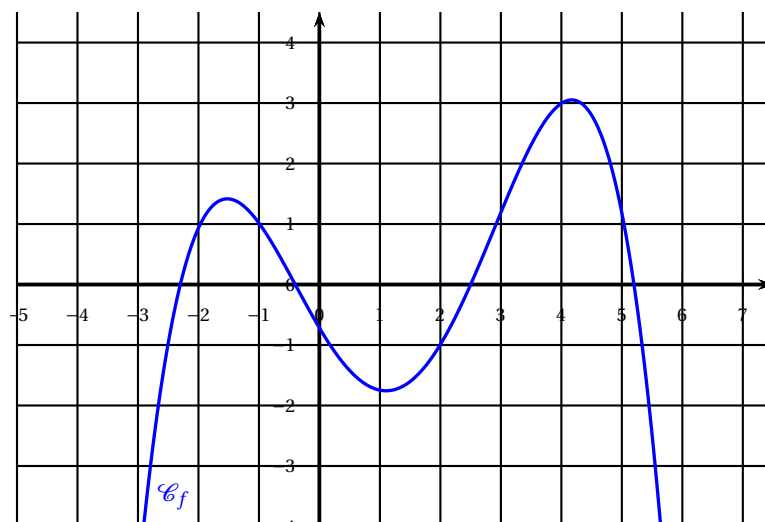
x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

d.

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$	
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

Question 10

Une fonction f est représentée ci-dessous :



Avec la précision permise par le graphique, l'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \geq 1$ est :

a. $[-\infty; -2] \cup [-3; 3] \cup [5; +\infty]$	b. $[-2; -1] \cup [3; 5]$
c. $[-\infty; -2] \cup [-3; 3] \cup [5; +\infty[$	d. $[-2; -1] \cup]3; 5[$

Question 11

On considère ci-dessous une série statistique :

Valeurs	0	1	2	3	4
Effectifs	10	6	4	6	4

La médiane de cette série est :

a. 2	b. 1	c. 1,6	d. 0
-------------	-------------	---------------	-------------

Question 12

Parmi les expressions ci-dessous, laquelle **n'est pas égale** à $4x^2 - 1$?

a.	b.	c.	d.
$(2x - 1)(1 + 2x)$	$(1 - 2x)^2 + 4x - 2$	$(2x - 1)^2$	$4(x + 1)^2 - 5 - 8x$

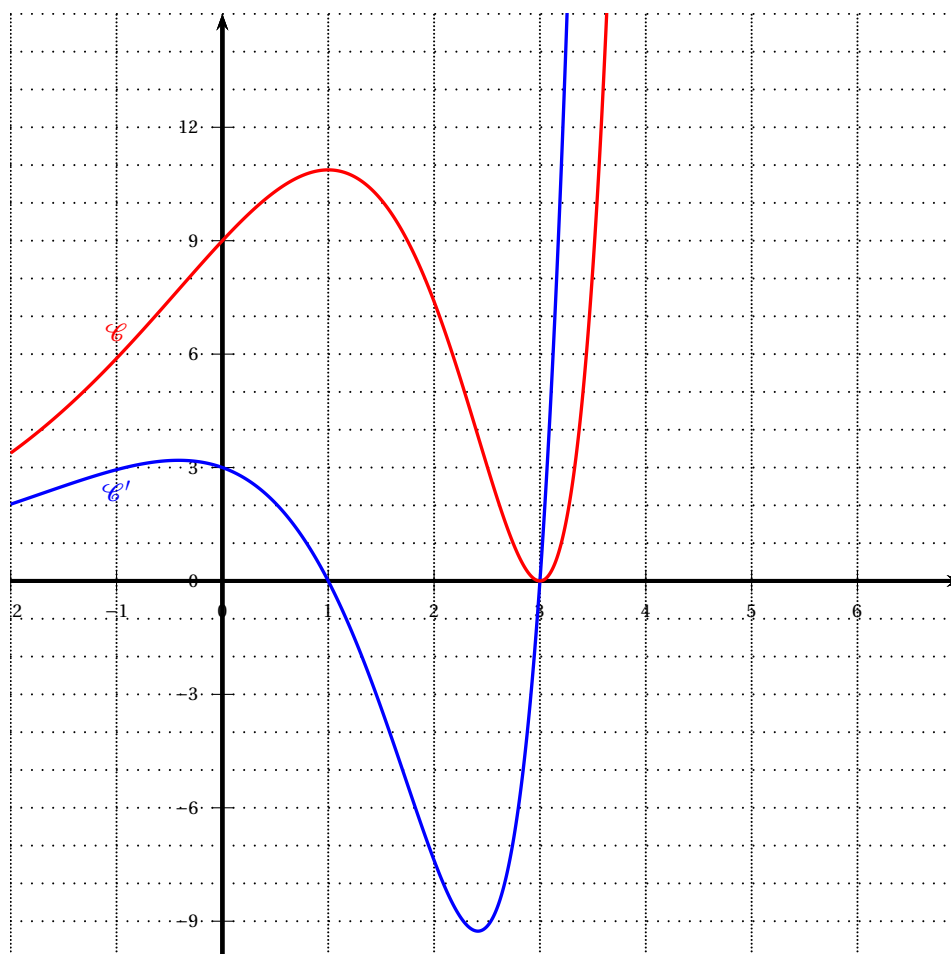
DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

Exercice 1 (6 points)

Partie A : Étude graphique

On précise également que :

- $\mathcal{C}$ coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0; 9)$ et tangente l'axe des abscisses au point de coordonnées $(3; 0)$,
- $\mathcal{C}'$ coupe l'axe des ordonnées au point de coordonnées $(0; 3)$ et l'axe des abscisses aux points de coordonnées $(1; 0)$ et $(3; 0)$.



1. Donner un argument graphique qui montre que c'est bien la courbe $\mathcal{C}'$ qui représente la dérivée de la fonction représentée par la courbe $\mathcal{C}$, et non l'inverse.

2. On note f la fonction représentée par la courbe $\mathcal{C}$. Montrer qu'une équation de la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point d'abscisse 0 est $y = 3x + 9$.

Afin d'établir l'efficacité d'un antibiotique, un biologiste étudie l'évolution d'une population de bactéries dans un milieu de culture.

À l'instant $t = 0$, le milieu contient une population initiale de bactéries et l'antibiotique est introduit dans le milieu.

La densité de population bactérienne (en milliers de bactéries par millilitre) peut être modélisée par la fonction f représentée par $\mathcal{C}$ dans la partie 1 et définie pour tout réel t par :

$$f(t) = e^t (t^2 - 6t + 9)$$

où t représente le temps écoulé depuis le début de l'observation, exprimé en heure.

Données : $e^1 \approx 2,7$; $e^3 \approx 20,1$.

1. Montrer que pour tout réel t , on a : $f(t) = e^t (t - 3)^2$.
En déduire le signe de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
2. Calculer $f(0)$ et interpréter cette valeur dans le contexte de l'exercice.
3. Montrer que la fonction dérivée de la fonction f est définie, pour tout réel t , par :

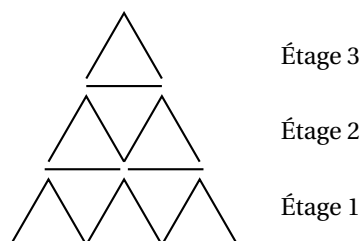
$$f'(t) = e^t (t^2 - 4t + 3)$$

4.
 - a. Étudier le signe de f' sur $\mathbb{R}$.
 - b. Dresser le tableau des variations complet de la fonction f sur $[0 ; +\infty[$.

Exercice 2 (4 points)

On considère un château de cartes à N étages, représenté ci-contre dans le cas $N = 3$.

On souhaite déterminer combien de cartes sont nécessaires pour construire un tel château.



1. Combien de triangles « pointe en haut » peut-on dénombrer à l'étage 1 dans un château à N étages?
2. Combien de triangles « pointe en haut » sont nécessaires pour construire tout le château à N étages?
3. Justifier que le nombre de cartes nécessaires pour construire ce château à N étages est égal à :

$$\frac{3N^2 + N}{2}$$

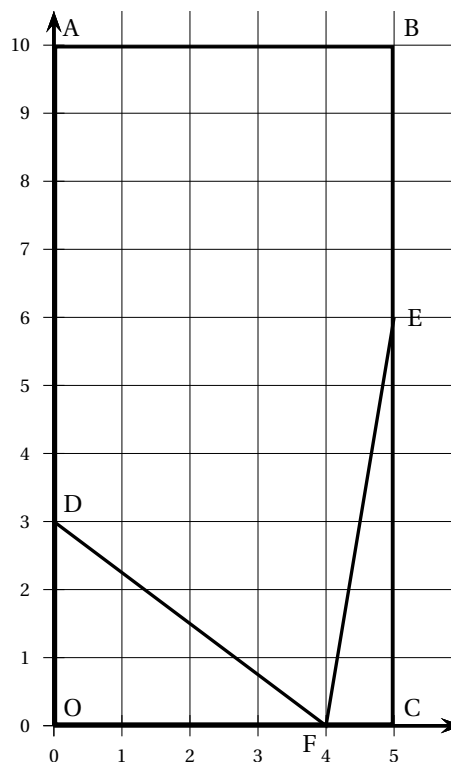
4. On dispose d'un paquet de 54 cartes; combien d'étages peut comporter au maximum un château construit avec ces cartes? Justifier la réponse.

Exercice 3 (4 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$. Le rectangle OABC représenté ci-contre modélise une scène de spectacle vue de dessus.

On place un projecteur au point F qui permet d'éclairer la partie du plan délimitée par le polygone ABEFD.

1. Donner sans justification les coordonnées des points A, B, C, D, E, F dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
2. Un visiteur affirme que la partie du plan éclairée par ce projecteur représente plus de 80 % de l'aire totale de la scène.
Cette affirmation est-elle exacte?
3. Déterminer les coordonnées des vecteurs $\vec{FD}$ et $\vec{FE}$ et calculer le produit scalaire $\vec{FD} \cdot \vec{FE}$.
4. En déduire une valeur exacte du cosinus de l'angle $\widehat{DFE}$.



5. Expliquer comment construire à l'aide d'une équerre le point M appartenant au segment [DF] tel que $\vec{FD} \cdot \vec{FM} = 14$.