Contrôle de mathématiques

Troisième

EXERCICE 1 : Calculer les $PGCD$ suivant avec la méthode de votre choix.

1. $PGCD(117;299)$ **2.** $PGCD(2705;7033)$ **3.** $PGCD(771;3341)$

EXERCICE 2 :

Flavien veut répartir la totalité de 760 dragées au chocolat et 1 045 dragées aux amandes dans des sachets ayant la même répartition de dragées au chocolat et aux amandes.

1. Peut-il faire 76 sachets ? Justifier la réponse.

2.a Quel nombre maximal de sachets peut-il réaliser ?
2.b Combien de dragées de chaque sorte y aura-t-il dans chaque sachet ?

EXERCICE 3 : Calculer et simplifier au maximum :

$$A = \frac{4}{15} - \frac{4}{15} \times \frac{15}{16}$$

$$B = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} - \frac{4}{5} \times 4$$

$$C = \left(1 + \frac{5}{6}\right) \div \left(2 - \frac{15}{36}\right)$$

$$D = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{4}\right)$$

$$E = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}$$

EXERCICE 4

Un carreleur doit poser le carrelage dans une pièce rectangulaire mesurant 6,48 m de large sur 13,50 m de long.
Il souhaite poser des carreaux de carrelage carré et ne faire aucune découpe.

1. Peut-il poser des carreaux de 27 cm de côté ? Justifier votre réponse.

2. Peut-il poser des carreaux de 50 cm de côté ? Justifier votre réponse.

3.Tâche complexe On lui demande désormais de poser des carreaux carré les plus grands possibles. Le paquet de 20 carreaux carré de cette taille coûte 65€.
Combien va coûter le carrelage pour cette pièce.
Toutes les traces de recherche doivent apparaître sur votre copie et seront valorisées !

DÉFI

1. Combien de diviseurs possèdent 2, 4, 8, 16 et 32 ?

2. Quel est le plus petit nombre entier ayant exactement 2 014 diviseurs ?

Correction du contrôle d'arithmétique

Exercice 1

1. Calculons $PGCD(299;177)$ par l'algorithme d'Euclide

$$299 = 117 \times 2 + 65$$
$$117 = 65 \times 1 + 52$$
$$65 = 52 \times 1 + 13$$
$$52 = 13 \times 4 + 0$$

Donc $\boxed{PGCD(229;177) = 13}$

2. Calculons $PGCD(7\,033;2\,705)$ par l'algorithme d'Euclide

$$7\,033 = 2\,705 \times 2 + 1\,623$$
$$2\,705 = 1\,623 \times 1 + 1\,082$$
$$1\,623 = 1\,082 \times 1 + 541$$
$$1\,082 = 541 \times 2 + 0$$

Donc $\boxed{PGCD(7\,033;2\,705) = 541}$

3. Calculons $PGCD(3\,341;771)$ par l'algorithme d'Euclide

$$3\,341 = 771 \times 4 + 1\,257$$
$$771 = 257 \times 3 + 0$$

Donc $\boxed{PGCD(3\,341;771) = 257}$

Exercice 2

1. $760 = 10 \times 76$ et $1\,045 = 13 \times 76 + 57$

Donc $\boxed{\text{On ne peut pas faire 76 sachets car il y a un reste non nul dans la division de 1 045 par 76}}$

2.a Calculons $PGCD(1\,045;776)$ par l'algorithme d'Euclide

$$1\,045 = 776 \times 1 + 285$$
$$776 = 285 \times 2 + 190$$
$$285 = 190 \times 1 + 95$$
$$190 = 95 \times 2 + 0$$

Donc $PGCD(1\,045;776) = 95$

$\boxed{\text{Le nombre maximal de sachets qu'il peut réaliser est 95}}$

2.b Comme $1\,045 = 95 \times 11$ et $776 = 95 \times 8$

$\boxed{\text{Il va réaliser 95 sachets contenant chacun 8 dragées au chocolat et 11 dragées aux amandes.}}$

Exercice 3

$$A = \frac{4}{15} - \frac{4}{15} \times \frac{15}{16}$$
$$A = \frac{4}{15} - \frac{4 \times 15}{15 \times 4 \times 4}$$
$$A = \frac{4}{15} - \frac{1}{4}$$
$$A = \frac{16}{60}\frac{15}{60}$$
$$\boxed{A = \frac{1}{60}}$$

$$B = \frac{2}{3} \times \frac{4}{3} - \frac{4}{5} \times 4$$
$$B = \frac{2 \times 4}{3 \times 3} - \frac{4 \times 4}{5}$$
$$B = \frac{8}{9} - \frac{16}{5}$$
$$B = \frac{40}{45} - \frac{144}{45}$$
$$\boxed{B = -\frac{104}{45}}$$

$$C = \left(1 + \frac{5}{6}\right) \div \left(2 - \frac{15}{36}\right)$$
$$C = \left(\frac{6}{6} + \frac{5}{6}\right) \div \left(\frac{72}{36} - \frac{15}{36}\right)$$
$$C = \frac{11}{6} \div \frac{57}{36}$$
$$C = \frac{11}{6} \times \frac{36}{57}$$
$$C = \frac{66}{57} \text{ (j'ai simplifié par 6)}$$
$$\boxed{C = \frac{22}{19}}$$

$$D = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{3} - \frac{5}{4}\right)$$
$$D = \frac{3}{2}\left(\frac{4}{12} - \frac{15}{12}\right)$$
$$D = \frac{3}{2} \times -\frac{11}{12}$$
$$\boxed{D = -\frac{11}{8}} \text{ (j'ai simplifié par 3)}$$

$$E = \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}}{\frac{1}{4} - \frac{1}{5}}$$
$$E = \frac{\frac{3}{6} + \frac{2}{6}}{\frac{5}{20} - \frac{4}{20}}$$
$$E = \frac{5}{6} \div \frac{1}{20}$$
$$E = \frac{5}{6} \times 20$$
$$\boxed{E = \frac{50}{3}} \text{ (j'ai simplifié par 2)}$$

Exercice 4

Un carreleur doit poser le carrelage dans une pièce rectangulaire mesurant 6,48 m de large sur 13,50 m de long. Il souhaite poser des carreaux de carrelage carré et ne faire aucune découpe.

1. Passons en centimètres. La pièce mesure 648 cm sur 1 350 cm
$648 = 27 \times 24$ et $1\,350 = 27 \times 50$

$\boxed{\text{On peut donc poser des carreaux de 27 } cm}$

3. 50 n'est pas un diviseur de 648

$\boxed{\text{On ne peut donc pas poser des carreaux de 50 } cm \text{ sans découpe.}}$

3.Tâche complexe

On veut les carreaux les plus grand possibles, on va donc chercher le $PGCD(1\,350;648)$ par l'algorithme d'Euclide.

$$1\,350 = 648 \times 2 + 54$$
$$648 = 54 \times 12 + 0$$

Donc $PGCD(1\,350;648) = 54$

De plus $1\,350 = 54 \times 25$ et $648 = 54 \times 12$
Il va donc pouvoir poser des carreaux de 54 cm avec 25 colonnes de 12 lignes. Il faudra donc $25 \times 12 = 300$ carreaux. Or les paquets contiennent 20 carreaux et $300 \div 20 = 15$. Il faut 15 paquets à 65€le paquets soit $65 \times 15 = 975$ €.

$\boxed{\text{Le carrelage va lui coûter 975€}}$

Défi

1. Combien de diviseurs possèdent 2, 4, 8, 16 et 32 ?
$2 = 2^1$ a 2 diviseurs : 1 et 2
$4 = 2^2$ a 3 diviseurs : 1, 2 et 4
$8 = 2^3$ a 4 diviseurs : 1, 2, 4 et 8
$16 = 2^4$ a 5 diviseurs : 1, 2, 4, 8 et 16
$32 = 2^5$ a 6 diviseurs : 2^0, 2^1, 2^2, 2^3 ,2^4, 2^5

2. Quel est le plus petit nombre entier ayant exactement 2 014 diviseurs ?
2^{2013} a 2 014 diviseurs : 2^0, 2^1, 2^2, 2^3, ... , $2^{2\,012}$ et $2^{2\,013}$