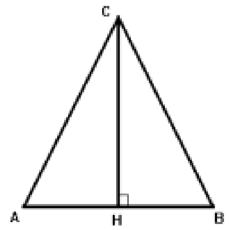
EXERCICE 1

Dans un repère orthonormé d'unité 1 cm, on considère les points suivants :
A (4 ; 9) , B (– 2 ; 3) et **C (4 ; – 5)**. Faire d'abord une figure.
Le but est de calculer la mesure α de l'angle $\widehat{ABC}$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BA}$ et $\overrightarrow{BC}$, puis le produit scalaire $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$. Que peut-on en déduire à propos de l'angle $\widehat{ABC}$? (on ne demande pas ici sa mesure)
2. Calculer les longueurs BA et BC et en déduire une expression de $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ en fonction de α .
3. En déduire la mesure α de l'angle $\widehat{ABC}$ en degrés au dixième près.

EXERCICE 2



ABC est un triangle isocèle en C et H est le pied de la hauteur issue de C avec AB = x cm , CH = x cm . De plus, G est le centre de gravité de ABC (à construire ci-contre) .

1) Démontrer que G ∈ (CH) .
2) En détaillant vos démarches, calculer les 6 produits scalaires suivants en fonction de x : $\overrightarrow{AG}.\overrightarrow{AH}$; $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{BC}$; $\overrightarrow{CH}.\overrightarrow{CA}$;
   $(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{CB}).\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{GC}.\overrightarrow{GA}$; $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$.

EXERCICE 3

ABCD est un rectangle tel que AB = 6 cm et AD = 4 cm.
I et J sont les deux points respectifs des côtés [AD] et [DC] tels que AI = 1,5 cm et DJ = 1 cm.

1) En utilisant la relation de Chasles, calculer le produit scalaire $\overrightarrow{BI}.\overrightarrow{AJ}$ Que peut-on dire des droites (BI) et (AJ) ?
2) En calculant de deux façons différentes le produit scalaire $\overrightarrow{BI}.\overrightarrow{BJ}$, déterminer cos $\widehat{IBJ}$ et en déduire la mesure de l'angle $\widehat{IBJ}$ arrondie au dixième de degré.

EXERCICE 4

1) MAB est un triangle non isocèle. I est le milieu de [AB]. H est le pied de la hauteur issue de M.
   a) Exprimer $\overrightarrow{MA}$ et $\overrightarrow{MB}$ en fonction de $\overrightarrow{MI}$ et $\overrightarrow{IA}$.
   b) En déduire que $MA^2 - MB^2 = 2\ \overrightarrow{MI}.\overrightarrow{BA}$. (on rappelle que $MA^2 = \overrightarrow{MA}^{\,2}$) .
2) Dans le triangle MAB, on suppose que MA = 5, MB = 3 et AB = 6.
   a) En utilisant le résultat du 1), calculer $\overrightarrow{MI}.\overrightarrow{BA}$.
   b) En déduire la longueur HI.

EXERCICE 5

A et B sont deux points du plan tels que AB = 6 cm . I est le milieu de [AB].
1) Montrer que, pour tout point M du plan, on a : $MA^2 - MB^2 = 4\ \overrightarrow{IM}.\overrightarrow{IB}$.
2) Déterminer l'ensemble des points M tels que $MA^2 - MB^2 = -24$ (on pourra désigner par H le projeté orthogonal de M sur (AB)).