

**1-1 : Produit scalaire**

Soient  $A$  et  $B$  deux points du plan tels que  $AB = 5$ .

1. Construire  $C$  défini par  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 10$  et  $AC = 4$ .
2. Placer le barycentre  $D$  de  $(A, 12)$  et  $(B, -7)$  ainsi que le barycentre  $E$  de  $(A, 1)$  et  $(C, -3)$ .
3. Calculer les produits scalaires  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD}$ ,  $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AE}$  et  $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AE}$ . En déduire le produit scalaire  $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{BE}$ . Que représente la droite  $(DC)$  pour le triangle  $BED$  ?

**1-2 : Triangle et projection**

On considère un triangle  $OAB$ , rectangle en  $O$ ,  $I$  le milieu de  $[AB]$  et  $H$  le projeté orthogonal de  $O$  sur  $[AB]$ . Les points  $P$  et  $Q$  sont les projetés orthogonaux de  $H$  respectivement sur  $[OA]$  et  $[OB]$ .

**Partie A**

On considère un repère orthonormé  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  tel que  $A(4; 0)$  et  $B(0; 10)$ .

1. Faire une figure. Que conjecture-t-on sur les droites  $(PQ)$  et  $(OI)$  ?
2. Déterminer des équations de  $(AB)$  et  $(OH)$ .
3. En déduire les coordonnées de  $H$ .
4. Déterminer les coordonnées de  $P$ ,  $Q$  et  $I$ .
5. Démontrer que les droites  $(PQ)$  et  $(OI)$  sont orthogonales.

**Partie B. Cas général sans repère**

1. Calculer  $\overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AB}$ . En déduire que  $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OB}$ .
2. Après avoir exprimé  $\overrightarrow{QP} \cdot \overrightarrow{OA}$  et  $\overrightarrow{PQ} \cdot \overrightarrow{OB}$  en fonction de  $\overrightarrow{OQ} \cdot \overrightarrow{OB}$ , les comparer.
3. Démontrer que les droites  $(PQ)$  et  $(OI)$  sont orthogonales.