On se place dans un repère $(0;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ orthogonal.

1. On considère la fonction g définie pour tout réel x par $g(x) = x^2 - 5x + 4$.
On note $\mathcal{P}$ la courbe représentative de la fonction g.

a. Étudier le signe de la fonction g sur **R**.

b. On considère un entier naturel n quelconque.
On note A_n le point de la courbe $\mathcal{P}$ d'abscisse n.
On note a_n le coefficient directeur de la droite (A_nA_{n+1}).

Justifier que pour tout entier naturel n, on a $a_n = 2n - 4$.

c. Quelle est la nature de la suite (a_n) ?

2. On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[0{,}5\,;\ 8]$ par

$$f(x) = x - 5 + \frac{4}{x}.$$

On note $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f.

a. Vérifier que pour tout réel x, de l'intervalle $[0{,}5; 8]$ on a $f(x) = \dfrac{g(x)}{x}$.

b. A l'aide de la question **1.a**, déterminer la position de la courbe $\mathcal{C}$ par rapport l'axe des abscisses.

c. On admet que la fonction f est dérivable sur l'intervalle $[0{,}5;\ 8]$.
Montrer que tout réel x de l'intervalle $[0{,}5\,;\ 8]$ on a :

$$f'(x) = \frac{(x-2)(x+2)}{x^2}.$$

d. En déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0{,}5\,;\ 8]$.

e. Réaliser un schéma de l'allure de la courbe $\mathcal{C}$ sur lequel apparaîtront les résultats des questions **2.b** et **2.d**.