Exercice n° 2 4 points

Commun à tous les candidats.

Les quatre questions sont indépendantes.
Dans cet exercice, pour chaque question, une affirmation est proposée. On demande d'indiquer sur la copie si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse. Une réponse non justifiée ne sera pas prise en compte, mais toute trace de recherche sera valorisée.

1. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath}; \vec{k})$, on considère les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ de représenations paramétriques respectives :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 4+t \\ y &=& 6+2t \\ z &=& 4-t \end{array}\right., \quad t \in \mathbb{R}, \quad \text{et} \quad \left\{\begin{array}{rcl} x &=& 8+5t' \\ y &=& 2-2t' \\ z &=& 6+t' \end{array}\right., \quad t' \in \mathbb{R}.$$

   Affirmation : les droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ sont coplanaires.

2. Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{\imath}; \vec{\jmath}; \vec{k})$, on considère les points $A(12;7;-13)$ et $B(3;1;2)$ ainsi que le plan $\mathcal{P}$ d'équation $3x+2y-5z=1$.
   Affirmation : le point B est le projeté orthogonal du point A sur le plan $\mathcal{P}$.

3. On considère les suites u et v définies, pour tout entier naturel n, par :

$$u_n = \frac{n+1}{n+2} \quad \text{et} \quad v_n = 2 + \frac{1}{n+2}$$

   Affirmation : ces deux suites sont adjacentes.

4. On considère la suite u définie par son premier terme $u_0 = 1$ et la relation de récurrence :

$$u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2, \text{ pour tout entiernaturel } n.$$

   Affirmation : cette suite est majorée par 3.