EXERCICE 3 **5 points**

Enseignement obligatoire

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, et donner une justification de la réponse choisie.

Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point. Toutefois, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même nonfructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. Une urne contient une boule blanche et deux boules noires. On effectue 10 tirages successifs d'une boule avec remise (on tire une boule au hasard, on note sa couleur, on la remet dans l'urne et on recommence).

   Proposition 1 : « La probabilité de tirer exactement 3 boules blanches est $3 \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^7$. »

2. Une variable aléatoire X suit la loi exponentielle de paramètre $\lambda (\lambda > 0)$.

   On rappelle que pour tout réel $a > 0$: $p(X \leqslant a) = \int_0^a \lambda e^{-\lambda t}\, dt$.

   Proposition 2 : « Le réel a tel que $p(X > a) = p(X \leqslant a)$ est égal à $\frac{\ln 2}{\lambda}$. »

3. Soit le nombre complexe $z = 1 - i\sqrt{3}$.

   Proposition 3 : « Si l'entier naturel n est un multiple de 3 alors z^n est un réel. »

4. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, le point A d'affixe $a = 2 - i$ et le point B d'affixe $b = \frac{1+i}{2}a$.

   Proposition 4 : « Le triangle OAB est rectangle isocèle. »

5. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal direct $\left(O, \vec{u}, \vec{v}\right)$, à tout point M du plan d'affixe z non nulle on associe le point M' d'affixe z' telle que $z' = \frac{-10}{\overline{z}}$ où $\overline{z}$ désigne le nombre conjugué de z.

   Proposition 5 : « Il existe un point M tel que O, M et M' ne sont pas alignés. »