Partie A

On considère la fonction f définie pour tout réel x de l'intervalle $[4 ; 16]$ par :

$$f(x) = -x + 20 - \frac{64}{x}.$$

On note f' la fonction dérivée de f.

1. Démontrer que pour tout x de l'intervalle $[4 ; 16]$, on a :

$$f'(x) = \frac{64 - x^2}{x^2}.$$

2. a. Montrer que le tableau de signes de f' sur l'intervalle $[4 ; 16]$ est :

x	4		8		16
$f'(x)$		+	0	−	

b. Dresser le tableau de variations complet de la fonction f sur l'intervalle $[4 ; 16]$.

Partie B

Une entreprise produit et commercialise entre 4 et 16 tonnes d'engrais par jour.
On admet que toute sa production est vendue.
Le bénéfice total (exprimé en centaines d'euros) réalisé pour une production de x tonnes d'engrais, est modélisé à l'aide de la fonction B définie par :

$$B(x) = -x^2 + 20x - 64.$$

1. En étudiant les variations de la fonction B sur l'intervalle $[4 ; 16]$, déterminer la production permettant de réaliser un bénéfice total maximal. Quel est ce bénéfice total ?

2. Le bénéfice unitaire pour une production de x tonnes d'engrais est donné par $\frac{B(x)}{x}$.
Le bénéfice total et le bénéfice unitaire sont-ils maximaux pour la même production d'engrais ? On pourra utiliser les résultats obtenus dans la partie A.