Partie A. Étude d'une fonction

On considère la fonction f définie sur l'intervalle I = [0,3 ; 6] par

$$f(x) = 4x + \frac{9}{x}$$

On note $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère du plan et f' sa fonction dérivée.

1. Calculer $f'(x)$ pour tout réel x de l'intervalle I.
2. On admet que, pour tout réel x de l'intervalle I, on peut écrire

$$f'(x) = \frac{(2x-3)(2x+3)}{x^2}.$$

   a. Étudier le signe de f' sur l'intervalle I.

   b. En déduire le tableau de variation de f sur l'intervalle I.

3. **a.** Recopier et compléter le tableau de valeurs suivant :

x	0,3	0,5	1	2	3	4	4,5	5	6
$f(x)$									

   b. Construire dans un repère orthogonal la courbe $\mathscr{C}$ de la fonction f sur une feuille de papier millimétré.
   Unités graphiques : 1 cm pour 0,5 unité sur l'axe des abscisses et 1 cm pour 2 unités sur l'axe des ordonnées.

Partie B. Application à l'économie

Une entreprise agroalimentaire peut produire entre 0,3 et 6 tonnes de farine biologique par jour. Le coût moyen de production d'une tonne de farine biologique pour x tonnes produites est $f(x)$, où f est la fonction définie dans la **partie A**.
Ce coût moyen est exprimé en centaines d'euros.

1. En utilisant les résultats de la **partie A**, déterminer le coût moyen minimal exprimé en centaines d'euros.
2. La tonne de farine biologique est vendue 20 centaines d'euros.

   a. Calculer la recette correspondant à la vente de 3 tonnes de farine vendues,

   b. Calculer le coût total de production de 3 tonnes de farine.

   c. En déduire le bénéfice réalisé par l'entreprise pour la production et la vente de 3 tonnes de farine.

3. On admet que l'entreprise vend toute sa production.

   On rappelle que l'entreprise réalise un profit lorsque le prix de vente d'une tonne est supérieur au coût moyen de production d'une tonne.

   À l'aide du graphique tracé dans la **partie A**, déterminer les quantités produites pour lesquelles l'entreprise réalise un profit.