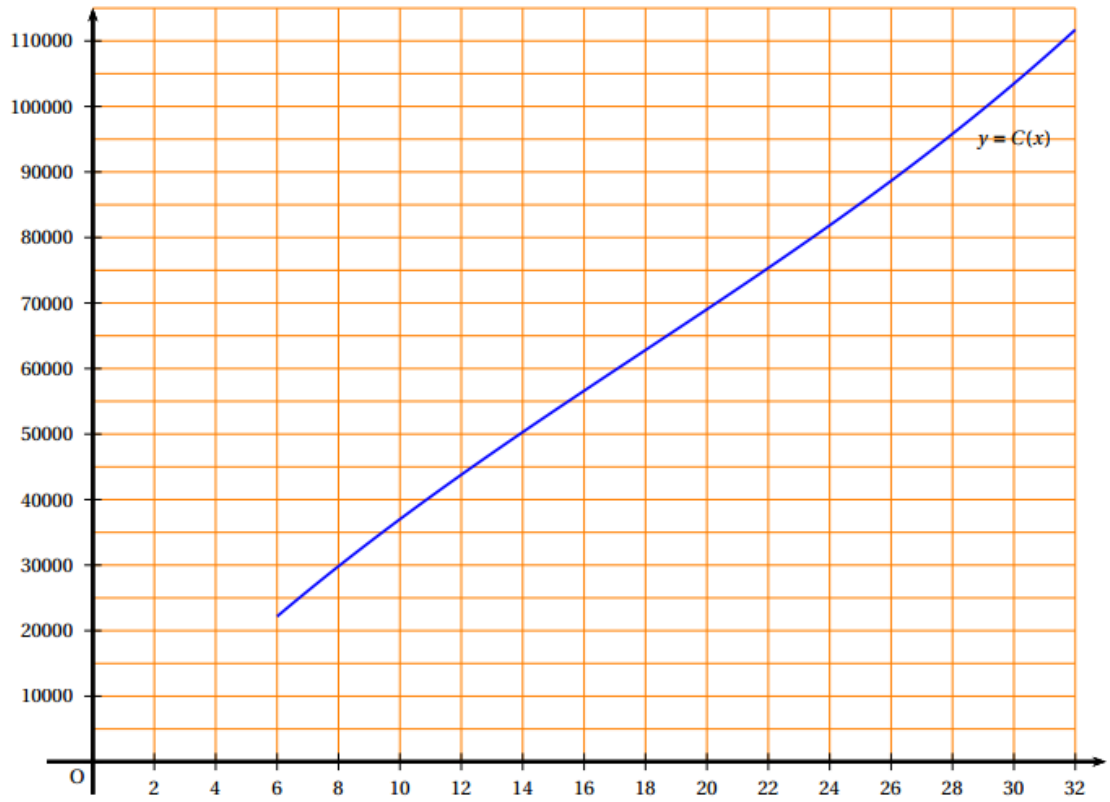
Une entreprise possède une chaîne de fabrication capable de fabriquer en une semaine entre 6 000 et 32 000 pièces identiques. Le coût de fabrication, en euros, de x milliers de pièces, pour x compris entre 6 et 32, est noté $C(x)$ où C est la fonction définie sur l'intervalle $[6\,;\,32]$ par

$$C(x) = 2x^3 - 108x^2 + 5060x - 4640.$$

La représentation graphique de la fonction C est donnée en annexe.
Toutes les pièces produites sont vendues au prix de 3,5 € l'unité.
Pour tout x appartenant à l'intervalle $[6\,;\,32]$, on note $R(x)$ le montant de la vente en euros de x milliers de pièces. Le bénéfice $B(x)$, en euros, pour la production et la vente de x milliers de pièces est $B(x) = R(x) - C(x)$.

1. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[6\,;\,32]$: $R(x) = 3500x$.
2. Représenter la fonction R sur l'annexe, à remettre avec la copie.
3. Par lecture graphique, et avec la précision permise par celui-ci, répondre aux questions suivantes. On laissera apparents tous les tracés utiles aux lectures graphiques.
   a. Quel nombre de pièces produites correspond à un coût de 30 000 € ?
   b. Quel nombre minimal de pièces fabriquées permet d'avoir un bénéfice positif ou nul ?
4. Montrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[6\,;\,32]$:

$$B(x) = -2x^3 + 108x^2 - 1560x + 4640.$$

5. On désigne par B' la fonction dérivée de la fonction B.
   a. Calculer $B'(x)$.
   b. Vérifier que $B'(x) = (-6x + 60)(x - 26)$.
6. a. Étudier le signe de $B'(x)$ sur l'intervalle $[6\,;\,32]$.
   b. En déduire le tableau de variation de la fonction B sur l'intervalle $[6\,;\,32]$.
7. Quel est le bénéfice maximal réalisable par l'entreprise ? Donner le nombre de pièces à produire réalisant ce maximum.

ANNEXE de l'exercice 1 À rendre avec la copie