

EXERCICE 1

Soit (u_n) la suite définie pour tout entier n non nul par $u_n = \frac{n^2}{2^n}$

1) Calculer $\frac{u_{n+1}}{u_n}$

2) Montrer qu'il existe un entier p tel que si $n \geq p$ alors $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq \frac{3}{4}$

3) Montrer par récurrence que $\forall n \geq p, u_n \leq u_p \times \left(\frac{3}{4}\right)^{n-p}$

4) conclure sur la convergence de (u_n)

EXERCICE 2

Soit (u_n) la suite définie par $u_n = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n} = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k}$

1) Montrer que $u_{2n} - u_n \geq \frac{1}{2}$

2) étudier le sens de variations de (u_n)

En raisonnant par l'absurde montrer que (u_n) n'est pas majorée, conclure