

Soit (u_n) la suite numérique définie sur \mathbb{N} par :

$$\begin{cases} u_0 &= 0 \\ u_{n+1} &= \sqrt{3u_n + 4} \end{cases}$$

1.
 - a. Montrer que (u_n) est majorée par 4.
 - b. Montrer que (u_n) est strictement croissante.
 - c. En déduire que (u_n) converge et déterminer sa limite.
2.
 - a. Montrer que pour tout entier naturel n , on a :

$$4 - u_{n+1} \leq \frac{1}{2}(4 - u_n).$$

- b. Retrouver le résultat du 1. c.
- c. Étudier la convergence de la suite (v_n) définie sur \mathbb{N} par :

$$v_n = n^2(4 - u_n).$$