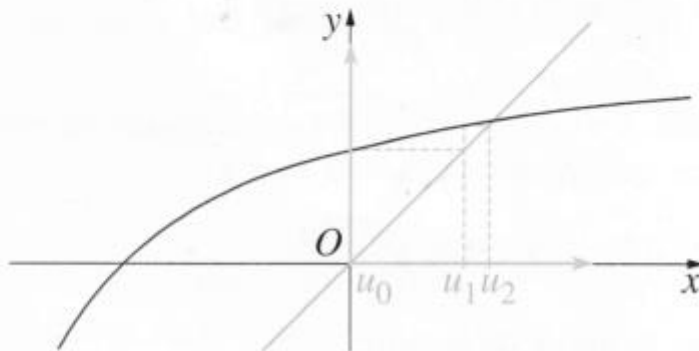


46 ★ On considère la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 0 \text{ et, pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = \frac{u_n + 1}{u_n + 2}.$$

1° La figure ci-dessous représente les premiers termes de cette suite. Que permet-elle de conjecturer ?



2° Démontrer que, pour tout entier naturel n , on a :

$$0 \leq u_n \leq 1.$$

3° Démontrer que, pour tout entier naturel n , les différences $u_{n+2} - u_{n+1}$ et $u_{n+1} - u_n$ sont de même signe.

En déduire le sens de variation de (u_n) , puis sa convergence.

4° Déterminer la limite de la suite (u_n) .