

EXERCICE 4**7 points****Commun à tous les candidats**

On cherche à modéliser de deux façons différentes l'évolution du nombre, exprimé en millions, de foyers français possédant un téléviseur à écran plat, en fonction de l'année.

Les parties A et B sont indépendantes

Partie A : un modèle discret

Soit u_n le nombre, exprimé en millions, de foyers possédant un téléviseur à écran plat l'année n .

On pose $n = 0$ en 2005, $u_0 = 1$ et, pour tout $n \geq 0$,

$$u_{n+1} = \frac{1}{10}u_n(20 - u_n).$$

1. Soit f la fonction définie sur $[0 ; 20]$ par

$$f(x) = \frac{1}{10}x(20 - x).$$

- Étudier les variations de f sur $[0 ; 20]$.
- En déduire que pour tout $x \in [0 ; 20]$, $f(x) \in [0 ; 10]$.
- On donne en **annexe** la courbe représentative \mathcal{C} de la fonction f dans un repère orthonormal.
Représenter, sur l'axe des abscisses, à l'aide de ce graphique, les cinq premiers termes de la suite $(u_n)_{n \geq 0}$.

- Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 10$.
- Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 0}$ est convergente et déterminer sa limite.

ANNEXE

À rendre avec la copie

