

Exercice 2**5 points****Candidats N'AYANT PAS SUIVI l'enseignement de spécialité mathématiques**On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et, pour tout entier naturel n ,

$$u_{n+1} = \sqrt{2u_n}.$$

1. On considère l'algorithme suivant :

Variables :	n est un entier naturel u est un réel positif
Initialisation :	Demander la valeur de n Affecter à u la valeur 1
Traitement :	Pour i variant de 1 à n : Affecter à u la valeur $\sqrt{2u}$ Fin de Pour
Sortie :	Afficher u

- Donner une valeur approchée à 10^{-4} près du résultat qu'affiche cet algorithme lorsque l'on choisit $n = 3$.
- Que permet de calculer cet algorithme ?
- Le tableau ci-dessous donne des valeurs approchées obtenues à l'aide de cet algorithme pour certaines valeurs de n .

n	1	5	10	15	20
Valeur affichée	1,4142	1,9571	1,9986	1,9999	1,9999

Quelles conjectures peut-on émettre concernant la suite (u_n) ?

- Démontrer que, pour tout entier naturel n , $0 < u_n \leq 2$.
 - Déterminer le sens de variation de la suite (u_n) .
 - Démontrer que la suite (u_n) est convergente. On ne demande pas la valeur de sa limite.
- On considère la suite (v_n) définie, pour tout entier naturel n , par $v_n = \ln u_n - \ln 2$.
 - Démontrer que la suite (v_n) est la suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et de premier terme $v_0 = -\ln 2$.
 - Déterminer, pour tout entier naturel n , l'expression de v_n en fonction de n , puis de u_n en fonction de n .
 - Déterminer la limite de la suite (u_n) .
 - Recopier l'algorithme ci-dessous et le compléter par les instructions du traitement et de la sortie, de façon à afficher en sortie la plus petite valeur de n telle que $u_n > 1,999$.

Variables :	n est un entier naturel u est un réel
Initialisation :	Affecter à n la valeur 0 Affecter à u la valeur 1
Traitement :	
Sortie :	