On considère une droite D munie d'un repère $(O\,;\vec{i})$. Soit (A_n) la suite de points de la droite D ainsi définie :

* A_0 est le point O ;

* A_1 est le point d'abscisse 1 ;

* pour tout entier naturel n, le point A_{n+2} est le milieu du segment $[A_nA_{n+1}]$.

1. a. Placer sur un dessin la droite D, les points A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 et A_6. On prendra 10 cm comme unité graphique.

b. Pour tout entier naturel n, on note a_n l'abscisse du point A_n. Calculer a_2, a_3, a_4 a_5 et a_6.

c. Pour tout entier naturel n, justifier l'égalité : $a_{n+2}=\dfrac{a_n+a_{n+1}}{2}$.

2. Démontrer par récurrence, que pour tout entier n, $a_{n+1}=-\dfrac{1}{2}a_n+1$.

3. Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par $v_n=a_n-\dfrac{2}{3}$.

Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $-\dfrac{1}{2}$.

4. Déterminer la limite de la suite (v_n), puis celle de la suite (a_n).