TS **SUITES** feuille 250a

Partie A

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 30$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 10$.
Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 20$.

1. Calculer les valeurs exactes de u_1 et u_2.

2. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$,

3. Exprimer v_n en fonction de n pour tout n entier naturel.

4. En déduire que, pour tout entier naturel n, $u_n = 20 + 10\left(\frac{1}{2}\right)^n$.

5. Déterminer la limite de la suite (u_n). Justifier la réponse.

Partie B

Soit (w_n) la suite définie pour tout entier naturel n par :

$$\begin{cases} w_0 = 45 \\ w_{n+1} = \frac{1}{2}w_n + \frac{1}{2}u_n + 7 \end{cases}$$

1. Montrer que $w_1 = 44,5$.

On souhaite écrire une fonction suite, en langage Python, qui renvoie la valeur du terme w_n pour une valeur de n donnée. On donne ci-dessous une proposition pour cette fonction suite.

```
def suite(n) :
  U=30
  W=45
  for i in range (1,n+1) :
    U=U/2+10
    W=W/2+U/2+7
  return W
```

2. L'exécution de suite(1) ne renvoie pas le terme w_1. Comment modifier la fonction suite afin que l'exécution de suite(n) renvoie la valeur du terme w_n ?

3. **a.** Montrer, par récurrence sur n, que pour tout entier naturel n on a :

$$w_n = 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n + 11\left(\frac{1}{2}\right)^n + 34$$

b. On admet que pour tout entier naturel $n \geqslant 4$, on a : $0 \leqslant 10n\left(\frac{1}{2}\right)^n \leqslant \frac{10}{n}$.

Que peut-on en déduire quant à la convergence de la suite (w_n) ?