

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; 1]$ par

$$g(x) = 2x - x^2.$$

1. Montrer que la fonction g est strictement croissante sur l'intervalle $[0 ; 1]$ et préciser les valeurs de $g(0)$ et de $g(1)$.

On considère la suite (u_n) définie par $\begin{cases} u_0 &= \frac{1}{2} \\ u_{n+1} &= g(u_n) \end{cases}$ pour tout entier naturel n .

2. Calculer u_1 et u_2 .
3. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a : $0 < u_n < u_{n+1} < 1$.
4. En déduire que la suite (u_n) est convergente.
5. Déterminer la limite ℓ de la suite (u_n) .

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = \ln(1 - u_n)$.

6. Démontrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 2 et préciser son premier terme.
 7. En déduire une expression de v_n en fonction de n .
8. En déduire une expression de u_n en fonction de n et retrouver la limite déterminée à la question 5.
 9. Recopier et compléter le script Python ci-dessous afin que celui-ci renvoie le rang n à partir duquel la suite dépasse 0,95.

```
def seuil() :  
    n=0  
    u=0.5  
    while u < 0.95 :  
        n=...  
        u=...  
    return n
```