On étudie un groupe de 3 000 sportifs qui pratiquent soit l'athlétisme dans le club A, soit le basketball dans le club B.
En 2023, le club A compte 1 700 membres et le club B en compte 1 300.

On décide de modéliser le nombre de membres du club A et du club B respectivement par deux suites (a_n) et (b_n), où n désigne le rang de l'année à partir de 2023.
L'année 2023 correspond au rang 0. On a alors $a_0 = 1\,700$ et $b_0 = 1\,300$.
Pour notre étude, on fait les hypothèses suivantes :

— durant l'étude, aucun sportif ne quitte le groupe ;

— chaque année, 15 % des sportifs du club A quittent ce club et adhèrent au club B ;

— chaque année, 10 % des sportifs du club B quittent ce club et adhèrent au club A.

1. Calculer les nombres de membres de chaque club en 2024.
2. Pour tout entier naturel n, déterminer une relation liant a_n et b_n.
3. Montrer que la suite (a_n) vérifie la relation suivante pour tout entier naturel n, on a :
$$a_{n+1} = 0,75a_n + 300.$$
4. **a.** Démontrer par récurrence que pour tout entier naturel n, on a :
$$1200 \leqslant a_{n+1} \leqslant a_n \leqslant 1700.$$
   b. En déduire que la suite (a_n) converge.
5. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = a_n - 1\,200$.
   a. Démontrer que la suite (v_n) est géométrique.
   b. Exprimer v_n en fonction de n.
   c. En déduire que pour tout entier naturel n, $a_n = 500 \times 0,75^n + 1\,200$.
6. **a.** Déterminer la limite de la suite (a_n).
   b. Interpréter le résultat de la question précédente dans le contexte de l'exercice.

7. **a.** Recopier et compléter le programme Python ci-dessous afin qu'il renvoie la plus petite valeur de n à partir de laquelle le nombre de membres du club A est strictement inférieur à 1 280.

```
def   seuil() :
      n = 0
      A = 1 700
      while ... :
          n=n+1
          A = ...
      return
```

   b. Déterminer la valeur renvoyée lorsqu'on appelle la fonction seuil.