On considère la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ ***par*** :

$u_0 = a$ et pour tout entier n $u_{n+1} = u_n\,(2 - u_n)$

où a est un réel tel que $0 < a < 1$

1) on suppose dans cette question que $a = \frac{1}{8}$

a) Calculer u_1 et u_2

b) dans un repère orthonormé (unité 8 cm) tracer sur l ' intervalle [0 ; 2] la droite (d)

d' équation y = x et la courbe ***P*** représentant la fonction $f : x \to x(2 - x)$

c) utiliser (d) et ***P*** pour construire u_1 , u_2 et u_3

2) On suppose dans cette question que a est un réel quelconque de l' intervalle]0 ; 1[

a) Montrer par récurrence que pour tout entier n : $0 < u_n < 1$

b) Montrer que la suite (u_n) est croissante

c) Que peut-on en déduire ?

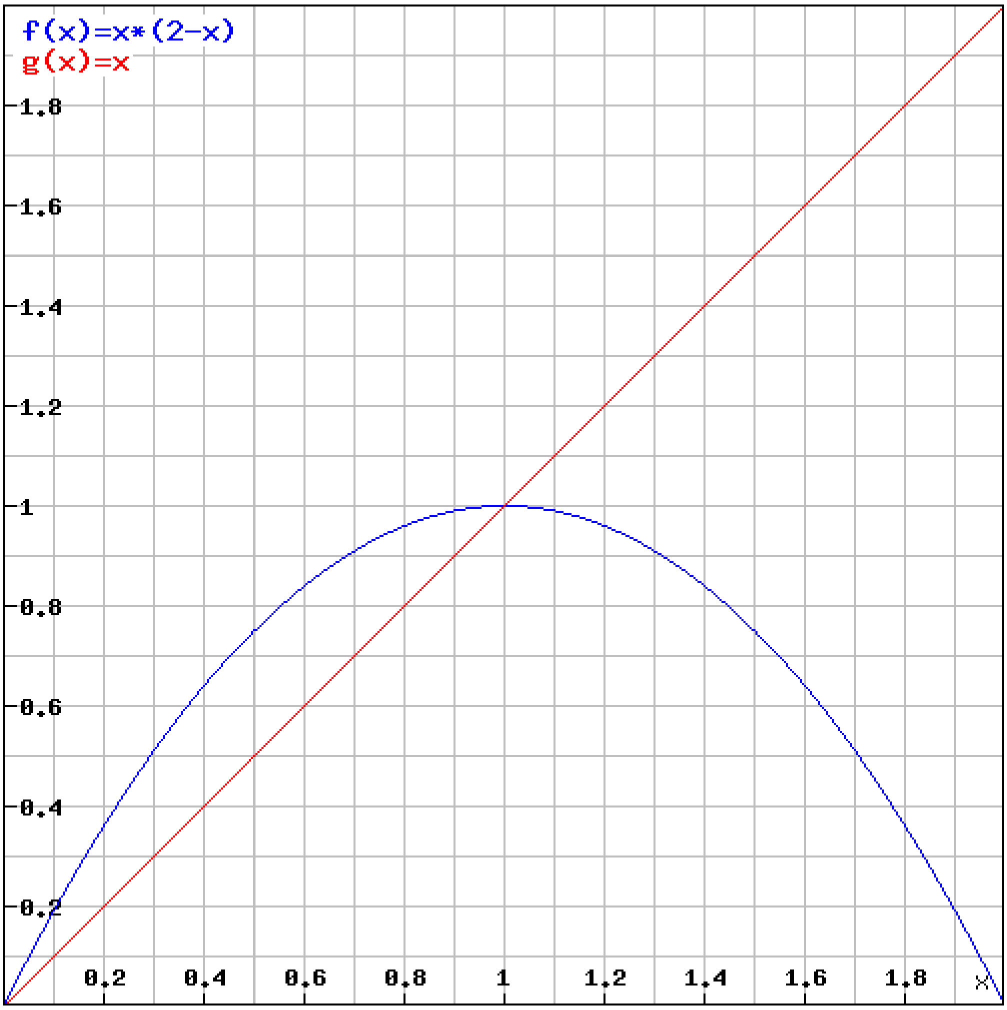
3) on suppose à nouveau dans cette question que $a = \frac{1}{8}$

On considère la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par $v_n = 1 - u_n$

a) Exprimer pour tout entier n v_{n+1} en fonction de v_n

b) En déduire l' expression de v_n en fonction de n

c) Déterminer la limite de la suite (v_n) puis celle de la suite (u_n)


f(x)=x*(2-x)
g(x)=x
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0.2
0.4
0.6
0.8
1
1.2
1.4
1.6
1.8
x