

1) soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = 5 - 3e^{-x}$

Etudier f (limites , dérivée , tableau de variations)

La courbe C_f est tracée en annexe

2) soit g la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $g(x) = 5 - e^{-x} - x$

Etudier g (limites , dérivée , tableau de variations)

3) montrer que l' équation $g(x) = 0$ admet une unique solution α dans

L' intervalle $[0; +\infty[$

Déterminer un encadrement de α à 0.01 près

Montrer que α est l' unique réel positif tel que $f(\alpha) = \alpha$

4) Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = f(u_n)$

a) tracer la droite d' équation $y = x$ et construire les premiers termes de la suite (u_n)

b) conjecturer le comportement de la suite (u_n)

c) Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n :

$$0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq \alpha$$

d) En déduire que la suite (u_n) converge

soit l la limite de la suite (u_n) montrer que $l = f(l)$ Conclure

