2 On considère une droite $\mathcal{D}$ munie d'un repère $(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\imath})$.
Soit (A_n) la suite de points de la droite $\mathcal{D}$ ainsi définie :

- A_0 est le point O ;
- A_1 est le point d'abscisse 1 ;
- pour tout entier naturel n, le point A_{n+2} est le milieu du segment $[A_nA_{n+1}]$.

1. a) Placer sur un dessin la droite $\mathcal{D}$, les points $A_0, A_1, A_2, A_3, A_4, A_5$ et A_6.
   On prendra 10 cm comme unité graphique.
   b) Pour tout entier naturel n, on note a_n l'abscisse du point A_n.
   Calculer $a_2, a_3, a_4\, a_5$ et a_6.
   c) Pour tout entier naturel n, justifier l'égalité : $a_{n+2} = \dfrac{a_n + a_{n+1}}{2}$.
2. Démontrer par récurrence, que pour tout entier $n, a_{n+1} = -\dfrac{1}{2}a_n + 1$.
3. Soit (v_n) la suite définie, pour tout entier naturel n, par
   $v_n = a_n - \dfrac{2}{3}$.
   Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $-\dfrac{1}{2}$.
4. Déterminer la limite de la suite (v_n), puis celle de la suite (a_n).

3 On donne l'algorithme ci-dessous.

1. Que fait cet algorithme ? Donner une expression de S (en introduisant une suite) puis calculer S.
2. On change la ligne 5 par I prend la valeur 4. Que vaut alors S ?

Algorithme 1: Je fais quoi ?

```
1  Variables
2  |  S,u,I
3  début
4  |  S←0
5  |  I←0
6  |  u←1
7  |  tant que I < 100 faire
8  |  |  S ←S + u;
9  |  |  u ←u/2;
10 |  |  I ←I + 1;
11 |  fin
12 |  Sorties
13 |  |  Afficher S;
14 fin
```