Exercice 1 (7 points)
Déterminer la limite des suites suivantes (on justifiera soigneusement) :

1. pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = (\frac{1}{\sqrt{n}} - 3)(n^2 + 5n)$.
2. pour tout $n \geqslant 0$, $u_n = \dfrac{2n - n^2}{3n^2 + 1}$
3. pour tout $n \geqslant 1$, $u_n = \dfrac{4\sqrt{n} + \sin(n^2)}{n}$
4. pour tout $n \geqslant 0$, $u_n = n \times (-1)^n - n^2$

Exercice 2 (13 points)
Sur un site de partage de vidéos en ligne, la chaîne de Jimi a 50 000 abonnés.
On admet que chaque année, 10 % de ses anciens abonnés ne maintiennent pas leur abonnement (les autres le conservent), et que dans le même temps, il arrive 15 000 nouveaux abonnés.
On note $a_0 = 50$, et pour tout $n \geqslant 1$, on note a_n le nombre d'abonnés (en milliers) à la chaîne de Jimi la $n^{\text{ième}}$ année. On se propose d'étudier la suite (a_n) suivant deux méthodes.

1. Justifier que pour tout $n \geqslant 0$, $a_{n+1} = 0,9a_n + 15$.
2. **Première méthode**
   (a) Montrer que pour tout $n \geqslant 0$, $a_n \leqslant 150$.
   (b) Montrer que la suite (a_n) est croissante.
   (c) Justifier que (a_n) est convergente et déterminer sa limite.
3. **Deuxième méthode**
   (a) On introduit la suite (v_n) définie pour tout entier n par
   $$v_n = a_n - 150.$$
   Montrer que (v_n) est géométrique et préciser sa raison.
   (b) En déduire l'expression de v_n en fonction de n, puis celle de a_n en fonction de n.
   (c) En déduire la limite de la suite (a_n).
4. (a) Écrire un algorithme qui détermine le plus petit entier n_0 tel que $a_{n_0} \geqslant 120$.
   (b) Programmer l'algorithme à la calculatrice, donner la valeur de n_0 et interpréter le résultat obtenu.